

LA TRIBU

(Bulletin oecuménique, apériodique et bourbachique, n° 28).

CONGRES DE LA MOTORISATION DE L'ANE QUI TROTTE.

(Pelvoux-le-Poet, 25 Juin - 8 Juillet 1952).

Présents : CARTAN - CHEVALLEY - DELSARTE - DIEUDONNE - DIXMIER -
GOBEMENT - SAMMY - SAMUEL - SCHWARTZ - SERRE - WEIL -

Nobles visiteurs étrangers : BOREL - DE RHAM - HOCHSCHILD .

Figuration : 7 femmes, 9 enfants, 4 voitures automobiles, 2 voitures
d'enfants, 2 poussettes, quelques chats, un éclair.

Notre Illustre Maître a repris son influence tonitruante sur les éléments. Non content de diriger l'éclair sur Dieudonné et Schwartz, il a déclanché sur Pelvoux et autres lieux une terrible canicule. Sous les coups d'un soleil impitoyable les fidèles disciples, en tenue légère, se traînaient d'arbre en arbre en quête d'une ombre propice ; certains voulurent, mais en vain, profiter d'une forte motorisation pour transporter les séances à Cézanne, si ce n'est à Caron. Une des conséquences de cette canicule (et peut être aussi du nombre des participants) fut la violence des engueulades, présentes et ultérieures ; certains allèrent jusqu'à les trouver pénibles, et ceci avec quelque raison.

Malgré les tenues débraillées et l'atmosphère orgueilleuse, les propos se portèrent au Pot sur des sujets académiques. On eut beau chiner Chevalley sur son élection (involontaire) à la National Academy, les cuisines électro-rales de la Sorbonne, du Collège et de l'Institut furent néanmoins discutées avec force détails et un intérêt certain.

Un autre signe de l'embourgeoisement de Bourbaki est qu'il s'est constitué en une société sans but lucratif. La lecture d'un acte notarié, intitulé "Statuts", prit une longue soirée où chacun fit montre de sa

virtuosité juridique. On espère que de telles séances ne se reproduiront pas, et on promet au secrétaire et au trésorier un triple Armagnac s'ils s'arrangent pour tenir les registres à jour sans en camuler les autres membres.

Heureusement des notes moins sombres sont venues égayer le tableau. Cartan, Dieudonné et Schwartz crurent que deux théorèmes donnés dans le *diplodocus* Weil étaient identiques, et parièrent le champagne ; mais ils purent seulement montrer qu'ils étaient des cas particuliers d'un même troisième, et, après de longues discussions, admirèrent avec bonne humeur qu'ils avaient perdu leur pari. L'on but au clair de lune, sur la terrasse de l'hôtel, un excellent champagne bien frais, et l'on en profita pour souhaiter à Dieudonné un bon anniversaire.

Celui-ci continua à manger du Rouge, à vanter les Américains ("des gens sérieux, ordonnés ; pas une bande de légers velléitaires comme les Français" ; voir cependant certaine histoire de rédaction des EVT!), et à prédire l'échec d'Eisenhower à la convention de Chicago (voir cependant n'importe quel journal du 12 juillet 1952, ou du 10 juin 1944!).

Enfin Cartan protesta contre les calembours, et prétendit qu'on n'avait pas emporté la Bible à Pelvoux pour la consulter. Et Weil s'efforça de retomber sur lui-même.

PLAN GENERAL et ETAT des REDACTIONS.

Livre I

Introduction : finie.

Chap. I (Logique) : adopté.

Chap. II (Ensembles) : un comité examinera en Octobre la nouvelle rédaction de Dieudonné.

Chap. III (Ordonnés, entiers) : à lire en Octobre (état 4).

Chap. IV (Structures) : le Congrès a travaillé pour dégager la notion d'homomorphisme. Une nouvelle rédaction sera polie cet automne par un Caucus Américain, puis envoyée au Congrès de Février.

Note Historique : Samuel se fera tapiriser par Rosser à Ithaca.

Livre II.

Réédition du Chap. II : Koszul fera un rapport détaillé pour Noël 1952 (avec les modules semi-simples).

Réédition des chap. III et IV : Rapport Koszul pour le printemps 53.

Chap. VIII (Formes quadratiques) : Etat 3 Chevalley pour juin 53.

Chap. IX (Géom. Elem.) : Samuel fera un Fascicule de Résultats (sans date).

On se demande s'il faudra mettre les Anneaux Primitifs et les Algèbre de Lie dans le Livre II.

Livres III et IV : pour mémoire.

Livre V (EVT).

Les ~~xxx~~ chap. I et II sont en épreuves et forment un fascicule.

Chap. III (Espaces d'applications linéaires) : adopté modulo un sur les hypocontinues, qui sera regardé en comité.

Chap. IV (Dualité) : Dieudonné rédigera l'état 7 pour février 53 ;

Chap. V (Hilberts) : adopté définitivement à Celles.

Fasc. Rés. : Sammy le rédigera (sans date).

Livre VI (Intégration).

Les chap. I, II, III et IV sont imprimés.

Chap. V et VI (Intégration et désintégration des mesures) : la rédaction Dixmier est faite, et sera lue au Congrès d'Octobre 52.

Chap. VII (Champs de vecteurs) : on relira en février 53 la vieille rédaction de Godement.

Chap. VIII (Haar) : Godement rédigera pour Noël l'état 2 (avec exemples de 1^{ère} espèce sur les idéles, et de 3^{ème} espèce sur les groupes de Lie), qui sera lu au Congrès de Février 53.

Livre VII (Topologie dite Pédérastique).

Un blâme est infligé à Serre pour n'avoir pas fourni de rédaction.

Chap. I : Dépotoir sur les polyèdres, l'approximation simpliciale, les applications homotopes, et le prolongement des homotopies. Sammy rédigera (sans date).

Chap. II : Espaces fibrés (Sorite algébrique, espaces principaux et autres, espaces localement triviaux, sections, existence et prolongement des sections ; relèvement des homotopies (2 démonstrations : Weil et Steenrod) ; espaces classifiants, leur sorite, cas du groupe orthogonal ; donner des tas d'exemples). Serre rédigera (sans date).

Chap. III : Revêtements (Définition ; espaces fibrés à fibre discrète ; groupe fondamental ; sorite galoisien ; calcul du groupe fondamental, effet des gens de petite dimension ; cas des groupes topologiques). Serre rédigera (sans date), et Chevalley fournira un papier sur l'élimination de sous-variétés de petite dimension.

Chap. IV : Surfaces. Sammy rédigera (sans date).
Fournir les rédactions dans l'ordre suivant : II, III, I, IV .

Livre VIII (Variétés).

L'ordre et la numérotation sont très provisoires. Les détails sont donnés plus loin.

- Chap. I - Dépotoire différentiable. Rédaction Samuel pour Octobre 53.
- Chap. II - Dépotoire analytique. "
- Chap. III - Faisceaux et Sammeaux. "
- Chap. IV - Généralités sur les variétés. Rédaction Dixmier pour juin 53.
- Chap. V - Etude locale des variétés. "
- Chap. VI - Transformations infinitésim. Rédaction Koszul, sans date.
- Chap. VII - Systèmes différentiels, Frobenius. Rapport Cartan pour juin 53
- Chap. VIII - Groupes de Lie. Rédaction Godement pour juin 53 .
- Chap. IX - Espaces à transformations de Lie "
- Chap. X - Connexions. "
- Chap. XI - Géométries Différentielles. Laissé en sommeil.
- Chap. XII - Etude globale des variétés. La rédaction est faite.
- Chap. XIII - Distributions et courants. En sommeil.

Livre IX (Fonctions analytiques).

Schwartz fera un rapport s'inspirant des décisions prises à Pelvoux en 51 et d'un petit papier de Cartan.

Analyse Algébrique.

Livre I (Algèbre commutative).

- Chap. I (Spécialisations et valuations). Etat 4 (Dieudonné) pr juin 53.
- Chap. II (Noethériens). La rédaction est faite.
- Chap. III (Entiers). Etat 4 (Dieudonné) pour juin 53.
- Chap. IV (Anneaux divers). Dieudonné combinera pour juin 53 les rédactions existantes des anneaux normaux.
- Chap. V (Algèbre locale). Un caucus Américain examinera la rédaction existante.

Livre II (Algèbre homologique).

Sammy fera un rapport pour juin 53 .

Livre III (Algèbres de Fous).

On a une rédaction Koszul.

Livre IV (Algèbre unidimensionnelle).

On a les rapports JPSD, partiellement démodés. Chevalley modernisera le corps de classes pour juin 53 .

Plus loin : "Hic sunt leones" .

Analyse Fonctionnelle.

Dixmier fera un rapport sur Leder-Schauray, et Godement sur l'Analyse Harmonique (sans dates).

ENGAGEMENTS DU CONGRÈS.

- CARTAN : Rapport sur Frobenius et les systèmes de Pfaff (Avril 53).
- CHEVALLEY : Formes sesquilineaires (Alg.VIII), état 3 (juin 53).
 Rapport sur les "variétés" de dim. ∞ (sans date).
 Rapport sur le Corps de Classes (juin 53).
 Envoie à Serre un papier disant l'effet sur le groupe fondamental de l'élimination de sous-variétés de dimension petite.
 Papier sur les biconvexes.
- DELSARTE : Rapport moral et phynancier.
- DIEUDONNE : Toutes les rédactions définitives ou presque.
 Dualité (EVT.IV, état 7) (février 53).
 Spécialisations, entiers, anneaux divers (juin 53).
- DIXMIER : Chap.IV et V des variétés (juin 53).
 Rapport sur Leray-Schauder (sans date).
- GODEMENT : Mesure de Haar (Etat 2) (Noel 52).
 Chap.VII, IX, X des variétés (groupes de Lie, etc.) (juin 53).
 Rapport sur l'Analyse Harmonique (sans date).
- KOSZUL : Rapport sur la réédition d'Alg.II (Noel 52)
 Rapport sur la réédition d'Alg.III et IV (Juin 53).
 Chap.VI des variétés (transf. infinit.) (sans date).
- SAMMY : Rapport sur l'Algèbre Homologique (juin 53).
 Fascicule de Résultats des EVT (sans date).
 Chap.I et IV de la Topologie Pédérastique (sans date).
- SAMUEL : Chap.IV des Ensembles (structures) (Noel 52)
 Fasc.Rés. de Géométrie Elémentaire (sans date).
 Chap.I, II et III des variétés (dépotoire) (Octobre 53)
 Note historique des Ensembles (sans date).
- SCHWARTZ : Rapport sur les fonctions analytiques (Octobre 53)
 Des exemples pour les EVT.
 Papier sur les dérivées faible et forte.
 Papier sur les chaînes volumétriques (méthode Stokes).
- SERRE : Anneaux primitifs. (Octobre 52)
 Chap.II et III de Topologie Pédérastique (sans date)
- WEIL : Envoie à GODEMENT un papier sur la mesure de Haar sur les idéles.
 Envoie à SCHWARTZ un papier montrant comment l'intégrale de Cauchy sort du problème B de son rapport.
 Envoie à SAMUEL la démonstration Mirkil d'existence d'une fonction indéft.diff. ayant une série de Taylor donnée.
 Communique à SAMUEL les épreuves du bouquin de De Rham (Nancago) pour la fabrication des localisateurs indéft. diff.

PROCHAINS CONGRES.

Celles du 19 au 26 Octobre 52.
Intégration V et VI.
Ensembles II (comité).
Ensembles III.
Algèbres de Lie.

Février 53 (date et lieu indéterminés).
EVT. IV.
Intégration VII.
Haar.
Structures ou réédition d'Alg. II.

Oécuménique (5 au 20 juin 53, Royaumont ?) - Rédactions alors prêtes :
Rapports sur la réédition d'Alg. II, III et IV.
Formes sesquilineaires et quadratiques.
Chap. IV (généralités), V (trucs locaux) et XII (trucs globaux) des variétés.
Chap. VIII, IX, X des variétés (groupes de Lie et connexions).
Rapports JPSD et Chevalley sur l'Algèbre Unidimensionnelle.
Spécialisations, entiers, anneaux, noethériens.
Rapport Sammy sur l'Algèbre homologique.

Plus : les restes des Congrès précédents.
Moins : les rédactions en retard.

SEMINAIRE BOURBAKI.

Décembre :

Dolbeault : suite et fin de Riemann-Roch-Kodaira.

Bruhat : Mémoire Mackey sur l'imprimitivité (1 seul exposé).

Serre : Cohomologie des groupes.

Weil : Son mémoire japonais sur le corps de classes (2 exposés).

Jaffard : Thèse de S. Lang sur les corps quasi-algèbriquement clos.

Février :

Serre : Mémoire Hochschild-Nakayama sur le corps de classes.

Cartan : Travaux de Gleason sur le 5ème problème.

Godement : Fonctions modulaires.

Grothendieck : Mémoire Rosenbloom du prix Fréchet.

THEORIE DES ENSEMBLES.

Logique. On a revu le chap.I en comité, et déplacé des virgules. Les signes seront dits "substantifs" (ou "substantiels") et "relationnels". On s'aperçoit qu'il faut ajouter à une démonstration formalisée la construction des relations auxquelles on applique les schémas ; on introduit donc la notion de "texte démonstratif" comportant une construction formative et la démonstration proprement dite. Enfin on a décidé de rédiger l'appendice en style "intuitionniste" (à la Dixmier), et de mettre le début de l'appendice actuel (qui est de la Mathématique) en Appendice au chap.I d'Algèbre (2ème édition) (à cause de l'application à l'associativité) ; cependant le rédacteur a l'impression qu'une contre décision ultérieure a rétabli le statu quo, mais n'en retrouve nulle trace dans ses notes.

Ensembles. Chevalley, Weil et les Foncteurs s'aperçoivent que Bourbaki est contradictoire : comme une application a été définie comme ensemble de couples (sans référence à un ensemble de définition ni à un ensemble de valeurs), on ne peut pas parler de la transposée d'une application linéaire. Il faut donc distinguer deux notions, celle de "graphe" (avec "graphe fonctionnel" comme cas particulier) qui est un ensemble de couples, et celle de "correspondance" (avec "application" comme cas particulier) qui est un triplet (graphe, ensemble de définition, ensemble dans lequel la correspondance prend ses valeurs). Le chapitre est à modifier dans ce sens, ce qui n'est pas corcier, mais ce qui exige une nouvelle lecture en comité.

Structures.

On s'est principalement occupé de donner un sens à la notion de "représentation" d'une structure, ainsi qu'aux notions de structures induites produit et quotient. Chevalley a lu un papier secret définissant

(lorsque ça marche) la notion de structure induite, et Sammy a essayé d'étendre le procédé à la définition de la structure quotient. D'autre part Sammy a proposé de définir une structure comme partie d'un ensemble de l'échelle (et non plus comme élément), ce qui a l'air de donner une bonne définition des représentations (modulo certaines petites complications de "variance" co ou contra) ; si ça marche, on a alors facilement les notions de structures induite, produit et quotient (cf. papier Samuel des "Universal mappings"). On décide d'essayer le système Sammy.

On commencera par la définition suivante. Soit $R(a,A)$ une relation contenant, entre autres, la relation "a appartient (ou est contenu) à un échelon de l'échelle sur A" et satisfaisant à la condition "si f est une application biunivoque de A, alors $R(a,A) \Rightarrow R(f(a),f(A))$ est vraie ; si $R(b,B)$ est vraie, on dit que b est une structure d'espèce R sur B . On peut ainsi parler de l'ensemble des structures d'espèce R sur B .

Une représentation f de A (muni de la structure a d'espèce R) dans A' (muni de A') sera une application telle que $f_1(a) \subset a'$ (a,a' étant des parties d'un échelon, et f_1 étant l'extension canonique g de f ou g^{-1} selon les cas (d'où la nécessité d'échelons dédoublés, co-et contravariants). Les propriétés ordinaires des représentations sont alors vraies (transitivité, caract. des isom.). On donnera alors le sorite "sous truc, quotient, produit", - les structures plus ou moins riches, - les structures équivalentes (ouverts et voisinages p.ex.) définies, soit de façon métamathématique (procédé canonique passant de l'une à l'autre), soit de façon mathématique (mêmes représentations, ou mêmes isomorphismes), - l'App. des applications universelles. Tout ceci devra être bourré d'exemples.

On se placera ici à un point de vue mathématique.

Un dernier § métamathématique donnera les critères "structuraux" de la rédaction Chevalley, permettant de construire les relations R pour lesquelles $R(a,A) \Rightarrow R(f(a),f(A))$ est vraie. On en déduira le critère d'isomorphisme.

Conseils de détail : mettre la notion de "lettre typique" en accord avec le chap.I . Dire "structurant" au lieu de "structural". La méthode de la cte. auxiliaire simplifie le haut de la p.7. Regarder si la règle 5 (p.10,haut) n'est pas canulée. Rajouter (p.11 sqq.) quelques autres critères commodes de structuration.

ALGÈBRE.

Un blâme est infligé à Cartan qui avait seulement préparé un petit papier sur la réédition du chap.II. On décide de mettre au chap.II tout ce qui est linéaire (modules sur un anneau non commutatif, avec le produit tensoriel), et au chap.III ce qui concerne les algèbres (sur un anneau commutatif). Le chap.IV est coupé en deux : le point de vue "algèbre symétrique" viendra au chap.III, et on ne laissera au chap.IV que ce qui est un préliminaire à l'étude des corps. On admet la traduction des résultats au moyen de diagrammes et de suites exactes.

Le plan proposé par Cartan pour le chap.II semble bon, et on le prie de le communiquer à Koszul. Celui-ci devra faire un rapport détaillé, avec définitions et théorèmes en forme, dans l'ordre, et avec de brèves indications sur les démonstrations, les remarques, les laïus. Il s'agit de permettre de passer aussitôt après à la rédaction définitive.

On a relu les chaines volumétriques de Chevalley, qu'on a trouvées fort jolies. Mais Schwartz a fait remarquer que, sur R (ce qui est le seul cas intéressant), ça se démontre par Stokes et des formes diff. à valeurs dans une algèbre extérieure ; il fournira un papier là-dessus. On décide donc de mettre les chaines volumétriques en exercice au chap. IX, ainsi que la formule d'Euler. Par contre on garde dans le texte les généralités sur les polyèdres.

ESPACES VECTORIELS TOPOLOGIQUES.

On a découvert un canular (sans importance) dans les limites inductives. Coppi passe en premier au Tourmalet.

Chapitre III.

On ajoute un § bilinéaire (définition des hypocontinues, 2 propriétés (continuité dans $B \times F$, uniforme continuité dans $B \times C$), prolongement ajouter aussi une partie du th.2 p.49 (état 5)). Chevalley enverra un papier sur les biconvexes.

Détails : la prop.3 (p.2) devient un cor. ("à la topologie la plus fine qui ..."). Prendre $\lambda > 0$ dans la caract. des bornés. Dire "loct.convexe" lorsque c'est utile. Eclaircir l'énoncé de la prop.6 (p.4), et faire une récurrence en forme. Rectifier le haut de la p.9 (canulé) ; dire ensuite l'égalité des normes. Donner (p.13) le th.2 en lemme, et le cor. en th. ; simplifier la démonstration en remarquant qu'un filtre à base dénombrable est intersection des filtres élémentaires plus fins ; donner un exemple. Couper le th.3 (p.14) en deux (et y vider le trivial "il faut") : la 1^{ère} assertion résulte de la 2^{ème}, et viendra en cor.

Chapitre IV (Dualité).

On adopte le plan suivant :

§ 1 Dualité faible (définition de deux espaces F, G en dualité, topologies $\sigma(F, G)$; th. d'Hahn-Banach faible, comme prolongement de forme linéaire continue, avec, comme corollaires, la caract. des formes linéaires continues et $V^{\circ\circ} = \overline{V}$; dualité entre F/M et M° et trucs fonctoriels ; dualité entre somme directe et produit ; un produit est complet ; caract. des K^I ; linéaire compacité).

§ 2 Polaires (ancien n°3 du § 2). A faire dans le cas de deux espaces en dualité (sur R ou C). Seront les anciens "semi polaires". Signaler l'ambiguïté des notations A° et $A^{\circ\circ}$.

§ 3 Topologies affaiblie et faible sur E et E' . Dual ; topologies affaiblie et faible ; affaiblissement de l'affaiblie est elle-même. Traduction des §§ 1 et 2. Sous espace, quotient. Un convexe fortement fermé est faiblement fermé. Th. des $M^{\circ\circ}$ (comme traduction du § 2). Polaire d'un faiblement borné dans E' . Si Equivalences : M équicontinu dans $E' = M^{\circ}$ voisinage = M faiblement compact ; cas des tonnelés. Parties faibt. bornées de E' (avec un lemme "équicontinu" = "polaire d'un voisinage initial"). Th. de Mackey. Th. de Banach.

§ 4 Topologie forte. Définition. Le dual d'un tonnelé est quasi-complet ; cas d'un Banach en cor. Les fortement bornés ; cas d'un tonnelé ou d'un quasi-complet. Le scholie de polarité pour les tonnelés. Critère pour que $E=E''$; définition de réflexif (ancien "compt. réflexif") ; critère de réflexivité (le reste de ces n°s étant vidé, ainsi que toute mention du bidual). Trucs spéciaux aux Banachs (peut être en § spécial) : duals forts d'un sous-espace et d'un quotient ; immersion (avec norme) dans le bidual ; sous-espaces

et quotients d'un Banach réflexif. Espaces de Montel.

§ 5 : comme chez Godement, sauf le n°3 qui est vidé (et où une partie du th.2, p.49 remonte au chap.III).

Pour la terminologie, on demande au rédacteur d'éviter les adverbes tels que "faiblement, fortement", et de dire "pour la topologie faible" (forte, initiale, affaiblie) de E (ou E'). Robic passe premier au col de Soulor.

Au Fasc. Rés. on groupera les résultats sur les Banachs.

ANALYSE ALGEBRIQUE.

On adopte le découpage suivant en chapitres :

- I Spécialisations et valuations (jusqu'aux entiers exclus).
- II Anneaux noethériens.
- III Entiers.
- IV Anneaux normaux, factoriels, de Dedekind.
- V Algèbre locale élémentaire.

On mettra au début deux petits chapitres dépotoires sur les anneaux d'Uzkov, et sur les transporteurs (à définir avec 3 modules et une application bilinéaire), qu'on casera ensuite.

I - Spécialisations et valuations.

On adopte la présentation Chevalley des spécialisations et du th. de prolongement, avec produit de droites projectives sur des anneaux à diviseurs de zéro (un point de ce produit étant une famille de couples de classes de $((a_i, b_i))$ tels que, pour chaque i , l'un au moins de a_i et b_i ne soit pas diviseur de zéro (sinon ça camule), - et la relation d'équivalence entre (a, b) et (a', b') étant "il existe c et d non diviseurs de zéro

tels que $ca=da'$ et $cb=db'$ ", ou encore " $ab'-ba'=0$ "; on remarquera que l'anneau total des fractions de R donne la même droite projective que R). On définit les spécialisations par les polynômes $F((U_i, V_i))$ homogènes en U_i et V_i pour chaque i . Ceci bouleverse trop le § 1 pour que les décisions de détails soient notées.

Le § 2 est plus stable. Certains protestent contre les mots contradictoires "valuation" et "corps valué", et proposent "ordination" ; au choix du rédacteur (qui se fera engueuler dans tous les cas!). Dieudonné proteste contre "corps des valeurs". On allégera la p.27, haut (fait en Alg.VI) ; un $\mathbb{Z}$ au milieu (réciproque fausse) ; dire au n°1 qu'un anneau plus grand qu'un anneau de valuation est un anneau de valuation) ; remonter la prop.2 (p.36) qu'on utilise dans les exemples ; éloigner par contre le truc des coupures. Mettre les coupures au début du n°3 ; dire (prop.4) que la diagonale est partout dense. On s'efforcera d'alléger le n°4 (places et valuations composées), surtout en ce qui concerne l'énoncé du th.5 ; on gardera ce qu'il faut pour la suite, et l'importante prop.6 (p.45). Au n°5 on gardera les importants th.6 et 6', ainsi que la prop.7 qui fournit un des rares invariants birationnels absolus ; parler de suite "Krullante" d'anneaux de valuations. On dira "valuation de rang 1" au lieu de l'abominable "archimédienne" ; vider la prop.8. Expliquer (p.53) le nom "uniformisante locale" (par un exemple) ; vider la remarque et le MB ; expliquer "ramifiée" (p.54) essayer de réduire un peu la démonstration du th.7. Le n°8 (topologique) est vidé : il est dans le rapport JPSD, et doit y rester ; ce chapitre ne doit pas compléter les corps valués.

II - Noethériens.

N'ont pas été lus.

III - Entiers.

On adopte le plan suivant :

1 - Eléments entiers. Equation de dépendance intégrale. Les critères d'intégrité (th.1) ; un lemme en cours de démonstration dira que, si I est un idéal de A et R un suranneau qui soit un A -module de type fini, alors tout élément x de RI satisfait à une équation de dép.int. à coeff. dans I (si $R = \sum Ax_i$, on a $xx_i = \sum c_{ij}x_j$ avec $c_{ij} \in I$, et on applique l'astuce du déterminant) ; ceci donne l'implication c) $\Rightarrow$ a). Définition des entiers.

2 - Anneaux d'entiers. Prop.1 ; prop.2 (transitivité) ; cor.: la fermeture (clôture) intégrale est intégralement fermée (close) ; début de la prop.8 de Chevalley. Le 1^{er} th. de Cohen-Seidenberg et son cor. de l'état 2 . Quand f est un homom. et que $f(S)$ se compose d'éléments inversibles, alors tout élément de $f(R)_{f(S)}$ est entier sur $f(A)_{f(S)}$; corollaires : Uzkov, S formé de non diviseurs de zéro, $S = (1)$ (cas de l'image homomorphe). Intégrité des conjugués ; les coeff. du polynome minimal sont entiers (mais peut être pas dans le petit anneau).

3 - Anneaux intégralement clos. Sont intersections d'anneaux de valuation. La prop.5 (état 3) sur le polynome minimal (directement) ; cor. pour trace et norme ; le cor.2 (p.67) en prop., et sans la restriction au rang 1 (passer à l'extension normale et regarder les valuations conjuguées) Le th. de Kronecker (cf. Idealbericht de Krull), avec la prop.6 de Chevalley comme cor. Le championissimo Coppi gagne l'étape à Pau. Le second th. de Cohen-Seidenberg (par la méthode de leur mémoire). Cas des noethériens (prop.8 de Chevalley, qui ne donne pas le conducteur).

IV - Anneaux normaux, etc.

Le rédacteur fera une synthèse des rédactions Weil et Chevalley, en profitant de ce qu'on a déjà les noethériens.

V - Algèbre locale élémentaire.

On a seulement lu le §1. Le mot "M-adique" est vomi, et remplacé par "filtré par M" ou "M-filtré". On donnera le procédé général de formation d'un anneau gradué à partir d'un anneau filtré (par des sous-anneaux A_i tels que $A_i A_j \subset A_{i+j}$, les indices allant de $-\infty$ à $+\infty$, tout le monde marche dans ce cas général) ; on commence par fabriquer $F(M)$ afin de n'être pas canulé par 0. Dire dans les exemples qu'un anneau gradué est filtré. La prop.1 est remplacée par qq.chose de plus général avec homomorphisme, compatibilité et idéaux gradués associés (meilleur mot que "directeur"). La prop.2 aussi est générale, ainsi que la prop.3. Faire rentrer dans la prop.4 le fait que l'algèbre enveloppante d'une algèbre de Lie est noethérienne en procédant ainsi : le lemme dans le cas général (filtré, non commutatif) ; puis si A est filtré par les A_i et complet, et si gradué (A) est noeth. à droite, A est noeth. à droite ; la prop.4 en cor. ; le cor. (p.6) en second cor.

On n'a pas regardé les rapports JPSD sur l'Algèbre Unidimensionnelle.

VARIETES ET GROUPES DE LIE.

Ceci a été le plat de résistance du Congrès.

Question des notations et identifications.

On chiadera surtout les notations globales, celles du point de vue ponctuel pouvant être moins commodes. On commencera par ne pas faire d'identifications, et par noter tous les isomorphismes canoniques (Sammy a l'impression qu'il n'y en a pas beaucoup. Ceci aidera le rédacteur à

résoudre la question des signes. (il y a une identification qui est le "péché originel" du calcul infinitésimal) : on peut identifier d/dx au vecteur tangent $+1$ ou -1 , prendre $1+d$ ou $1-d$ comme point proche associé à la différentielle d , etc. Les exigences à satisfaire sont :

- a) la covariance (du θ_F par exemple), - b) la covariance de θ_X appliquée au crochet, - c) conserver le plus possible de formules classiques (p.ex. $[X,Y] = XY - YX$).

On adopte les variables génériques (x gras, ou x_V l'indice indiquant la variété), qu'on pourra utiliser systématiquement. Chevalley remarque (cf. Géom. Alg.) qu'un point générique est un homomorphisme de l'anneau des fonctions ; ceci se rapproche de l'idée de Koszul selon laquelle une variété est déterminée par l'anneau de ses fonctions et la donnée de certains idéaux maximaux de celui-ci ; ainsi l'on pourrait considérer une algèbre infinitésimale (= "algèbre locale" du chap. I du rapport Weil) comme une variété.

Les rédacteurs des chapitres locaux sont priés de ne pas immobiliser les mots "dérivée" et "différentielle", et de servir de mots et de notations peu compromettants. On ne sait comment appeler les différentielles du chap. I de Weil (on a proposé "blancations" ???) ; on pourra les noter d ou δ . Le d (gras) sera réservé à la différentielle canonique, et au symbole de différentiation extérieure (qu'on décide d'appeler "cobord").

⇒ Un comité, formé de Dixmier, Sammy et Weil, est chargé de chiader les notations. On pourra lui communiquer des suggestions.

Chapitre I (Dépotoire différentiable).

Il s'inspirera de l'ancien chap.I (différentielles dans un Banach), mais devra être bien plus court. Plan :

§ 1 Structures lipschitziennes.

§ 2 Equation aux variations.

§ 3 Taylor.

§ 4 Fonctions implicites.

§ 1. On s'aperçoit de l'existence d'une structure d'espace avec des métriques locales équivalentes (variétés), et on appelle ça une "structure lipschitzienne". C'est sur ces espaces qu'on parlera d'applications tangentes. On y donnera le th. du point fixe sous forme générale $(d(f(x), f(y)) \leq \xi d(x, y))$, avec applications diverses. On mettra aussi ici partie de l'ancien § 1, le plus Banachique ou évétesque possible.

§ 2. On met ici le n°1 de l'ancien § 2, et c'est tout. En effet il est ridicule de faire Frobenius sans crochet ni $\underline{d}$. On échangera th.1 et cor. On rédigera avec le système " $dx/dt = f(t, x, y)$, $dy/dt = 0$ " (x, y) étant l'inconnue (et on verra si l'écriture en est plus simple).

§ 3. C'est la fin de l'ancien § 2. On y donnera l'existence des localisateurs indef.diff., et celle d'une fonction indef.diff. ayant une série de Taylor donnée.

§ 4. On renonce à faire les fonctions implicites par Frobenius. On décide de les faire par le point fixe. Donner un bout d'applications de rang constant.

Chapitre II (dépotoire analytique).

C'est l'ancien chapitre des séries entières, amputé de tout ce qui n'est pas l'analogue du chap.I (p.ex.Cauchy-Kowalewsky) ; reste essentiellement : equa.diff. et fonctions implicites. On ajoutera cependant un §

sur les algèbres infinitésimales de rang fini, et sur les groupes d'autom. des séries formelles châtrées. On pourra utiliser la linéaire compacité (introduite aux EVT). On dira "ordre" (pour indice de nilpotence) et "largeur" (pour $\dim. I/I^2$).

Chapitre III (Faisceaux et Sammeaux).

On s'aperçoit que le mécanisme des faisceaux camule dans les questions de sous-variétés réductibles ou irréductibles (cauchemar d'un cône à génératrice double). Sammy vend alors un système d'espace d'ultrafiltres sur un ensemble plus ou moins ordonné. Un tel fourbi est appelé un "sammeau". Le rédacteur est chargé d'y faire entrer tous les exemples importants. Comme on ne sait que faire de Poincaré-Volterra, on le met dans ce chapitre en attendant mieux.

Chapitre IV (Généralités sur les variétés).

Définitions avec cartes et avec fonctions ; équivalence ; applic. diff. ; caract. des isom. ; invariance de la dimension. Fonctions à valeurs dans un EVT (différentiabilité faible).

Sorite. Les feuilletages (sans Frobenius). Variétés plongées. Variétés fibrées différentiables. (pour les différentes sortes de sous-variétés, voir p.15 de la Tribu de Pelvoux 1951 (n° 25) ; on n'oubliera pas que "les dégueulasses mal recollées viennent dans les sammeaux"). Regarder les derniers papiers d'Ehresmann.

Chapitre V. (Etude locale des variétés).

C'est ici qu'il faudra éviter les identifications et noter les isom. canoniques ("Attention ! Isomorphisme méchant !"). Elles arrivent surtout lorsqu'on considère un espace vectoriel comme une variété ; pour y voir plus clair, on regardera d'abord ce qui se passe pour une variété avec loi de composition, puis pour une variété avec opérateurs. Plan adopté :

- 1) Germes (qui sont des séries formelles) et embryons (qui sont des classes de fonctions). Structure de leurs anneaux.
- 2) Points proches (on dira "point proche d'espèce A", A étant une algèbre infinitésimale) ; ne pas parler d'équivalence ; questions de représentations (avec notation $\mathcal{C}$). Sorite : produit (avec $p_1 \otimes p_2$ d'espèce $A_1 \otimes A_2$ et son contracté (p, p') d'espèce A) ; application dérivée (notée F^A). L'ensemble V^A ; $(V \times W)^A = V^A \times W^A$; sous-variété. Prolongement d'une fonction numérique f (f^A est à valeurs dans R^A , canoniquement isomorphe à A). On dira "valeur initiale" (d'un élément de A) et "origine" (d'un point proche).
- 3) Structure différentiable sur V^A . Structure de fibré principal sur $p^{(m)}(V)$ (comme sous-espace ouvert de $V^{A(m)}$). Définition des espaces fibrés associés. Cas de V^A ; sorite sur V^A ; $(V^A)^B = V^{A \otimes B}$ (th.1, p.87) ; le th.2, p.88 de Weil (on se ramène d'abord aux fonctions numériques, puis on se borne aux $F(x, y)$ de la forme $a(x)b(y)$).
- 4) Chaines (comme applications linéaires qqconques et plus seulement comme sommes de points proches, si l'on veut) ; notation $\mathcal{Z}(p')$ ($\mathcal{Z}$ étant l'application identique des homom. dans les applic.lin.) ; dire "masse" d'une chaîne ; noter le péché de notation $d(f)$ et $f(p')$.
- 5) Calcul de rang 1. Définition des "blancations". Vecteurs (bloquer les remarques relatives aux algèbres d'ordre 1) introduire l'algèbre standard des nombres duaux). Différentielle canonique. Tenseurs ; multi-co et contra-vecteurs. Sorite (pour $V \times W$ et peut-être les espaces fibrés). Leurs espaces fibrés (nombreux exemples). Les champs de ces gens là.
- 6) Le cobord (nom adopté pour la différentielle extérieure). Le raisonnement d'unicité devra marcher à la fois pour le cas différentiable et le cas analytique ; il faudra imposer une condition du genre :

" $\mathfrak{g}$ est compatible avec les injections d'ouverts". Donner l'unicité, puis l'existence (et bien chiader la démonstration, qui est délicate).

7) Opérateurs différentiels (qu'on pourra appeler "distributions ponctuelles"). Crochet (remarquer qu'il abaisse l'ordre ; utiliser la structure graduée associée). Définir les opérateurs elliptiques. Formule de Leibnitz. Formule de Poincaré-Birkhoff-Witt (p.201, chap.III) exprimant un opérateur différentiel comme polynôme en les X_i (utiliser la structure graduée associée).

Chapitre VI (Transformations infinitésimales).

Composition, inverse, inverse d'une composée. Un diagramme pour le th.3 (à l'air d'utiliser le th. des fonctions implicites). On ne fera pas la formule d'Hausdorff. Liberté est laissée au rédacteur pour l'ordre.

Chapitre VII (Systèmes différentiels).

On mettra ici le début du chap.III du rapport Weil (relatif à Frobenius), et tout ce que le rapporteur ultérieur trouvera utile.

Chapitre VIII (Groupes de Lie).

On décide de commencer par les groupes et non par les espaces à transformations, parce que c'est techniquement plus simple. On pourra mélanger local et global (comme chez Weil), mais signaler par un (GLOB) les passages globaux. Donner les caractérisations locales des structures diff. et anal. sur un groupe (cf. bouquin de Chevalley). Une question non résolue est de savoir si on aura fait le th. d'Ado en Algèbre ("Considérons un Ado péanique") ; ce serait bien commode d'avoir Ado ici. On adopte le plan suivant (les groupes de Lie seront indéf. diff., réels ou complexes).

- 21 -

- 1) Passage à l'algèbre de Lie (n°5 de Weil). Noter qu'il y a une loi de composition des points proches ; la donner et faire le lien avec la composition des transfo.inf. Dans le th.12 il est plus simple de passer aux transfo.finies ; on remonte alors le groupe à l'espace fibré ; puis on démontre l'invariance de la section (pour un fibré non nécesst. canonique). Essayer de déduire le th.13 du th.12 par passage à un espace supérieur. Ne pas parler ici du cas abélien. Birkhoff-Witt est déjà fait ; donner seulement le fait que "opérateur covariant" = "coeff. constants". Dire que si un autom.intérieur induit l'identité sur l'algèbre de Lie, c'est l'identité.
- 2) Formulaire des groupes de Lie (n°3 de Weil). On pourra mettre des indices en haut et en bas. Faire le calcul de $d(\text{Ad}(x))$ par application des Θ .
- 3) Représentations des groupes de Lie (partie du n°6 de Weil). Mettre ici les groupes abéliens.
- 4) Sous-groupes (partie du n°7 de Weil).
- 5) Exponentielle (n°10 de Weil). Regarder si on a défini $\exp(a)$ ou $\exp(-a)$. Donner l'exemple de l'exponentielle d'une matrice. Dire "méthode des coeff. indéterminés" (p.232). Cartan dit que le calcul de la p.233 est inutile. Démontrer ici Hausdorff en se servant des groupes (demander à Chevalley). Donner les formules $a+b = \lim(a^n b^n)^{1/n}, \dots$, utiles pour le 5ème problème. Ajouter : un groupe loc. compact qui a une représentation biunivoque dans un groupe de Lie est un groupe de Lie (Chevalley) ; un sous-groupe connexe par arcs (différentiables ?) est un groupe de Lie (Yamabé). Ne pas oublier le $d\bar{z}dz$ de la structure complexe. Donner les trucs de Hochschild sur les groupes d'autom.
- 6) Exemples (n°8 de Weil). On étoffera ce n° (groupes de déplacements, etc.). Automorphismes au lieu de matrices. Démontrer que $GL^+(n)$ est connexe.

Au lieu du groupe orthogonal, donner plus généralement celui laissant invariante une forme bilinéaire qqconque. La p.217 s'étend aux groupes avec involution.

Chapitre IX (Espaces de Lie et espaces à transformation de Lie).

1) Les problèmes A et B (n°2 de Weil). Si on a donné Frobenius dans un produit, ce sont des cas particuliers d'un même problème. Dire (à la déf.2 p.167) que l'opération adjointe est une dérivation. Donner comme exemples d'espaces de Lie les ouverts d'un groupe et les espaces étalés sur un grou-
2) Lois nucléaires (n°4 de Weil). C'est ainsi qu'on appellera la situa-^{pe.} tion décrite dans le th.9. Le cor. du th.9 passe en exer. (on aura plus plus loin). Au th.10 dire "loi de composition nucléaire entre L et V". Donner une démonstration commune des th.9 et 10 (10 contient presque tout 9 ; simplifier la démonstration du cor. (p.187). Dire une fois pour toutes qu'un homom. d'un morceau de groupe simplement connexe se prolonge au groupe tout entier. Pour le th.11 passer à V W et au graphe ; mettre la déf.5 avant le th.11 .

3) Résidus des n°5, 6 et 7 de Weil. Ajouter le th.20 (p.245).
4) Systèmes d'intransitivité, espaces localement homogènes (n°9 de Weil). On pourra dire "orbite" ou "trajectoire" au lieu de "système d'intransitivité". Appliquer ici le grand fourbi fasciste ou samnique. On peut parler du groupe adjoint au th.16 (p.226). Dire groupe de stabilité (au lieu d'isotropie) et sous-groupe associé. Donner l'existence d'un espace loc. homogène correspondant à algèbre et sous-algèbre.

Chapitre X (connexions).

Il y a un certain rapport entre transfo. inf. et connexions. Dire (déf.8, p.241) que $S(u)$ est transversal à la fibre. Dérouler le sorite (image réciproque, ...). Parler de polynômes invariants (p.251) .

Remonter les formules de la p.253. Parler (p.254) de champ de multivecteurs dirigé ; suivant la base. Bloquer les propriétés ne dépendant que du fait que le champ est transversal. Un énoncé en forme pour le second alinéa de la p.255 (essayer de déduire de ça, pris comme définition, le caractère tensoriel de $d^c\alpha$) ; dire que $M'_e(\theta)$ est une antidérivation. A la p.257 on a un groupe trop grand ; essayer de le rapetisser. A la p.259 on a le "développement" de Papa Cartan. Dire que le groupe d'holonomie est de Lie (car sous-groupe connexe) ; donner le groupe d'holonomie comme groupe d'automorphismes de la fibre ; donner ses relations (triviales) avec le groupe fondamental. A la p. 262 un changement de paramètres permet d'arrondir les angles (Chevalley enverra un papier). Les connexions affines données ici sont déduites canoniquement d'une connexion linéaire ; il y en a d'autres. Définir ^{la} torsion (p.267). Introduire le groupe d'holonomie non homogène de Papa Cartan. Au concours : peut-on définir une dérivation covariante pour les espaces fibrés qqconques ?

Chapitre XI (Géométries différentielles).

On traitera des connexions affines, projectives, riemannienne, hermitienne, conforme; etc. Pour l'instant on accumulera les petits papiers en vue d'un rapport.

Chapitre XII (Etude globale des variétés).

On groupera ici les morceaux suivants (déjà rédigés) : partitions de l'unité (les vraies, pas les localisateurs), - le th. de prolongement de Whitney, - le th. de plongement de Whitney, - les épidermes, - l'intégration des formes différentielles avec Stokes et les chaînes volumétriques.

Chapitre XIII (Courants, distributions, noyaux, régularisation).

Laisseé en sommeil pour l'instant.
