NBT 022

Archives

LA TRIBU

(Bulletin oecuménique, apériodique et bourbachique)

N° 20.- 15 Décembre 1949

COMPTE-RENDU DES COMITÉS DE DECEMBRE (Paris, 3-5 Déc. 1949)

Lecture est donnée aux membres de Bourbaki, réunis en séance plénière, des communications de Chevalley et Weil.

Le Congrès adopte à l'unanimité la proposition Chevalley de mettre en chantier dès maintenant la refonte du chap.III d'Algèbre. Tous les membres de Bourbaki intéressés par la question sont priés d'envoyer leurs suggestions à Cartan, qui les centralisera et préparera un rapport; il est entendu qu'on insistera de façon très pressante auprès de Koszul pour qu'il exprime son avis.

Les observations diverses de Chevalley sur le Chap.X d'Algèbre (Algèbres semi-simples, etc.) sont versées au dossier dudit en attendant la discussion de l'état 3 (que Godement doit rédiger pour 1951 au plus tard).

Mis au courant des objections de Weil sur le chap.III des Ensembles, et notamment sur l'axiome des familles d'ensembles introduit dans le dernier état (rédaction Chevalley), le Congrès réitère à l'unanimité sa décision de n'admettre aucun système d'axiomes des Ensembles qui ne permettrait pas le calcul sans restriction sur les cardinaux. Plusieurs membres font en outre observer qu'il n'est pas si certain que le prétend Weil que l'axiome des familles d'ensembles ne doive jamais servir à rien par la suite ; il évite en tout cas les pénibles contorsions d'usage pour fabriquer (à grand renfort d'utilisation de l'axiome de l'ensemble des parties) des ensembles fourre-tout où on puisse mettre les ensembles d'une famille chaque fois que l'on en a besoin (exemple : sommes continues de Godement).

Le Congrès décide de fixer au 3 Février (à 15 heures) le début du prochain Congrès (à Nancy), qui durera en principe du 3 au 12 ; enfin, il est convenu que le Congrès oecuménique de Pâques se tiendra à Royaumont du 5 au 18 Avril ; Serre est chargé de s'occuper des questions matérielles (heure des trains, prévenir Gadoffre du nombre exact des participants et de celui de leurs épouses, etc..).

COMITÉ d'EULER-MACLAURIN.

L'état 2 est accepté définitivement avec quelques légères modifications. Le laïus sur les séries formelles p.1-2 est repoussé à la série génératrice des polynomes d'Appell. Après le th.1, on insère un scholie montrant que tout théorème sur les séries formelles peut s'établir en le démontrant pour les séries en D ; exemple démonstration immédiate de la formule (9). Mettre en proposition le fait qu'un opérateur de composition d'ordre 0 est inversible. Remanier la prop.2 : l'essentiel est que l'image d'un polynome f est 0 si le degré n est $< p$, et de degré $n-p$ si $n \geqslant p$. Donner la formule $\underline{U}_X(f(X+Y))=\underline{U}_Y(f(X+Y))$ et s'en servir dans la prop.4. Sur proposition de Delsarte, on décide que les nombres de Bernoulli seront les b_n (il y a d'ailleurs conflit de notations à les appeler B_n ainsi que les polynomes). En exercice, donner l'exemple de l'opérateur $\mathcal{R}(f(x))$.

COMITÉ de RÉDACTION de TOPOLOGIE GÉNÉRALE.

(Réédition des chapitres I et II).

Sauf protestations des membres non présents, il est décidé que Dieudonné fera 3 exemplaires (Nancy, Strasbourg et Paris) de la rédaction qu'on enverrait à l'impression en cas d'acceptation (sauf sur un ensemble de capacité extérieure nulle).

p.1 : introduire "ensemble sous jacent d'un espace topologique".

p.8 : donner en exerc. les axiomes de Kuratowski de l'adhérence.

On mettre le n° "Homéomorphie au §1, en en vidant la remarque (transport de structure).

p.15 : donner l'exer 1), b) en prop. En exer. la caractérisation de la structure induite ($F \longrightarrow A \longrightarrow E$, "composée continue" $\Longleftrightarrow$ "injection continue".

p.16 : prop.1 sous forme directe

p.18 : on fera ainsi le n° "Changement de topologie.." : avant la déf.3 on passera au cas où les deux supports sont en correspondance biunivoque, puis la déf.3, le th.4 (par transport de structure), avec le truc proposé (dans le projet) pour la p.12 en cor., enfin l'exemple de 3-ème espèce de l'espace d'Hilbert.

p.22 : le cor. proposé dans le projet est accepté..

p.23 : le filtre des sections en gros caractères.

p.26 : changer les F et les G dans la prop.6. "nous ne démontrerons jamais l'existence d'un ultrafiltre ...".

p.29 : d'abord une définition en forme du filtre élémentaire (image du filtre de Fréchet), puis dire que c'est le filtre des ensembles contenant presque tous les x_n, enfin les S_n.

p.33 : un cor. à la prop.3 disant que pour qu'un ultrafiltre soit convergent il faut et il suffit qu'il ait un point adhérent.

p.35 : dire à la prop:6 " $\overset{-1}{f}(V) \in \mathcal{F}$ qq. soit V".

Référer à la prop.6 au début de "Limites et continuité". Donner la prop.7 avec condition nécess. et suff. Donner le prolongement des identités (l'égalité sur le sous-espace entraîne l'égalité partout).

p. 38 : ajouter le résultat suivant : si g est définie (non nécess^t continue) sur A et si en tout point de $B \subset \bar{A}$ g a une limite, ceci définit une fonction continue sur B . En exer : si $A \subset \bar{B}$ le prolong^t à A peut être différent du prolong^t à B (fonction de Dirichlet). Le th. 1 viendra en cor. de celui-ci.

p. 39 : une prop. disant qu'un espace régulier est un espace où tout point a un voisinage fermé régulier (c'est ce qu'on démontre en fait dans la régularité des loc. compacts).

p. 44 : le cor.3 est accepté. Le fait que le cor.2 caractérise la topologie produit reste en exerc.

p. 45 : complément à la démonstration de la prop.3 est accepté.

p. 46 : utiliser la prop.1 du §4 pour la première partie de la prop.5

p. 52 : un exer. montrant le topol. borne sup. sur la diagonale.

Espaces quotients. On adopte le plan suivant :

1) Définition.

2) Caractérisation des ouverts et des fermés (Jusqu'aux lignes en petits caractères de la p. 53 (exclues).

3) Fonctions continues, décomposition canonique (trivialités) : th.1 du projet (p.3), la remarque (en gros caract.), le cor., l'exemple d'Ehresmann (espace, recouvrement, quotient par recollage ; çà redonne l'espace dans deux cas : recouvrement ouvert, rec^t fermé loc^t fini) ; la ~~xxx~~ p.4 du projet avec la condition du milieu en prop.
On définira la notion de section continue (sera l'application, et aussi son image par abus de langage ; "section" par abus de langage, Godement se servant de sections mesurables). On posera ici la question du quotient d'un sous-espace (avec la prop.3 et son cor.2).

4) Relations ouvertes. On remarquera que la projection du filtre des voisinages est le filtre des vois. de la proj., et donc que tout filtre convergent de E/R est image d'un filtre convergent.

Caractérisation : l'image d'un vois. d'un point est un vois.. Application à A/R_A (partie du cor. 1, p.6, du projet).

5) Relations fermées. Caractérisation : l'image de tout vois. d'une fibre est un vois.; tout vois. d'une fibre contient un vois. saturé. Application à A/R_A .

6) Produit.

7) Séparation. D'abord le cor.(projet, p.8). Dire (haut de la p.9,p.10 du projet) que le quotient n'est pas toujours régulier (référence au chap.IX, normalité).

Espaces compacts.

On ne parlera pas de quasi compacts, sauf pour remarquer que l'équivalence des axiomes ne fait pas intervenir la séparation (ceci au n°1); le reste en exer. La prop.1 passe en th.; renvoyer au nouveau cor. de la p.33 ; un cor.: si l'intersection des ensembles d'un filtre se réduit à x , le filtre converge vers x .

La régularité passe en n°2 ; on y mettra des renvois à la normalité (chap.II, § 4 et chap.IX, § 4).

Puis les ensembles compacts et rel^t compacts ; un à la prop.5 (la réciproque est fausse si E n'est pas régulier, cf. exerc.) .

Image continue, produit : sans changement.

Espace quotient d'un compact : on donnera la prop.7, dont la démonstration se simplifie en utilisant la normalité, et le truc d'Ehresmann sur les relations fermées.

Localement compacts. Dans la définition : "s'il est séparé et ...". La prop.9 (s'y servir de la caract. des réguliers : vois.fermé régulier. La prop.10 avec comme cor. l'intersection d'un ouvert et d'un fermé. Donner ici (sans utiliser Alexandroff, mais par un rec^t) le cor., p.10 du projet, avec comme conséquence que "fermé dans un loc. compact" = " fermé sur tout compact" .

Alexandroff : inchangé.

Applications propres. "Image réciproque de tout compact est compact" (dans la déf.) ; la démonstration de la prop.12 (projet) en équivalences.

Quotient d'un loc.compact : utiliser "fermé" = "fermé sur tout compact" dans la prop.14.

Un exer. à surprises : démontrer ou controuver les affirmations suivantes : ... (intersection, réunion de deux loc. compacts dans un espace qqonque, etc..).

Connexion. D'accord pour remplacer la prop.3 par le truc de la frontière (donner la réciproque en exer.), et pour ajouter une nouvelle prop.8 dans les quotients. En bas de la p.73 une prop. dira que les composantes connexes sont fermées, qu'elles forment une partition de E , et que le quotient est totalement discontinu.

ESPACES UNIFORMES.

p. 89 : donner la formule du haut avec n entourages

p. 93 : vider la déf.2 (isomorphisme de structures !!). Dire que la topologie déduite de la str.unif. borne sup. est la top. borne sup.

p. 101 : faire rentrer dans l'énoncé de la prop.7 les lignes qui la précédent.

p.103 : ériger le lemme en prop.; en donner le cor. suivant : si $\hat{E}$ est complet pour $\mathcal{U}$ et si E est dense dans $\hat{E}$, et si $\mathcal{U}'$ est moins fine que $\mathcal{U}$ et induit sur E la même struct.unif. que $\mathcal{U}$, alors $\mathcal{U} = \mathcal{U}'$.

p. 106 : une référence aux produits pour le "partout dense" (prop.9).

p. 107 : "Ce n'est qu'au chap.IX que nous donnerons...". Définir la structure des rec^ts^ ouverts finis avant d'énoncer le th.4 (p.16 du projet); dire dans son énoncé quelle est la structure unif.; pour la démonstration on adopte l'ordre suivant : s'il y a un filtre d'entourages c'est celui des vois. de la diagonale, -a pour base les graphes des recouvrements ouverts finis ; ceux-ci forment effectivement un filtre d'entourages.

D'accord avec le projet pour les p.110 et 111, ainsi que pour les cor. à la prop.4 .
