COTE DELTA 005

TEXTE TRAITÉ D'ANALYSE
RÉUNION DU 25 FÉVRIER 1935

FONDS JEAN DELSARTE

NOMBRE DE PAGES NUMÉRISÉES 5

NOMBRE DE FEUILLES PRISES EN COMPTE 5

DELTA005

TRAITÉ D'ANALYSE. Réunion du 25 Février 1935.

-:-:-:-:- -:-:-:-:-

Etaient présents : WEIL, DELSARTE, CARTAN, de POSSEL, CHEVALLEY.

On remarque d'abord qu'il y a une importante fraction d'absents. Il est décidé que le quorum sera de cinq (la moitié plus un).

On traite la question de la composition de la Commission de l'intégration ; après une courte discussion la composition suivante est adoptée : de POSSEL, CHEVALLEY, DELSARTE.

On aborde ensuite le sujet à l'ordre du jour : Equations différentielles.

DELSARTE propose de la diviser en trois parties :

Théorèmes d'existence. - Problèmes de valeurs propres, se rattachant par conséquent à la théorie des équations intégrales. Enfin les problèmes n'ayant pas de rapport avec cette théorie, c'est-à-dire essentiellement ceux qui concernent l'étude approxi--mative des propriétés locales ou générales des solutions.

Cette division est adoptée en principe.

Après un échange d'idées assez sommaire, il apparaît que les membres présents ont des connaissances un peu insuffisantes sur le sujet en question. Aussi résout-on de renvoyer la suite de la discussion à la prochaine réunion, en souhaitant à la fois la présence d'un plus grand nombre de membres du comité et chez chacun de ces membres une préparation un peu plus poussée de la question à l'étude.

A la suite de cette réunion, LERAY propose un plan d'exposition des théorèmes d'existence. Ce plan est trouvé intéressant.

On lui reproche cependant de ne pas éviter l'exposition des théorèmes d'existence classiques, les propositions utilisées par LERAY laissant de côté les questions d'analyticité. De plus ces propositions font appel à des notions topologiques qui sont peut-être trop spéciales pour trouver place dans le traité.
Il semble préférable à certains (CHEVALLEY, DELSARTE, WEIL) de réserver l'exposé de LERAY pour un fascicule spécial qui servirait de lie~~s~~n entre la théorie des équations différentielles et la théorie d'équations fonctionnelles de nature différente.
Aucune décision n'est prise.

A titre documentaire : **Rapport de CHEVALLEY sur la théorie de la mesure et de l'intégration.**

Mesure : nombre rapporté à certains ensembles. Exemples historiques

1) Conditions à imposer à une mesure :

Additivité dans les recouvrements sans empiètement — a) restreinte
Inégalité pour les recouvrements avec empiètements — b) totale

$E < F \rightarrow \mu E \leq \mu F$

Vérification pour la longueur sur la droite.

2°) Mesures de surface : 1) les rectangles (vérification des pro- -priétés avec le lemme de Borel-Lebesgue) 2) insuffisante ; mais la mesure des rectangles détermine déjà les mesures des aires plus compliquées ; et, s'il existe une mesure, les conditions données permettent de calculer sa valeur pour toute aire (ens. ouvert).

3°) Prolongement Fonctions complètement additives d'ensembles. Champ. Famille $\boxed{\mathcal{J}}$ (exemple des rectangles). Théorème de prolonge- -ment - 1) à un ~~xxxxx~~ σ-corps. 2) ens. de mesure nulle. Définition d'une mesure.

Mesure de Lebesgue sur la droite dans le plan, dans l'espace R^n . Ensembles mesurables : exemples.

Autres mesures ; exemple de mesure avec discontinuité.

4°) Produit de 2 mesures ; lemme de POSSEL.

5°) Sommation d'une fonction (tirer les exemples de la statistique). Cas d'une fonction qui ne prend qu'un nombre fini de valeurs : équivalence avec un problème d'aire.

Cas de sommation pondérée : revient à prendre une autre mesure sur Ox .

Cas général : définition de l'intégrale par une mesure dans un espace produit.

Fonctions mesurables. Propriétés générales de l'intégrale (prop. de Lebesgue). Fonctions sommables.

<u>6°) Approximations d'une intégrale.</u>

1) Sommes de Lebesgue. 2) Sommes de Riemann.

<u>7°) L'intégrale comme fonction d'ensemble</u>. Additivité complète.

Dérivation par rapport à la mesure : $f(\rho)$ est presque partout la dérivée de $\int f(\rho)\, d\mu$.

Cas d'une seule variable : l'intégrale définit une fonction de point. Dérivation de cette fonction. Théorème réciproque : toute fonction d'ensemble de base μ est une intégrale $\int f\, d\mu$

<u>8°) Application aux fonctions à variation bornée</u>. Fonctions primitives. Leur emploi pour calculer les intégrales. Intégrale indéfinie.

<u>9°) L'intégrale comme fonctionnelle linéaire.</u>

Toute fonctionnelle linéaire de base μ est une intégrale.
