COTE DELTA 004

TEXTE COMITÉ DU TRAITÉ D'ANALYSE
RÉUNION DU 11 FÉVRIER 1935

FONDS JEAN DELSARTE

NOMBRE DE PAGES NUMÉRISÉES 8

NOMBRE DE FEUILLES PRISES EN COMPTE 8

DELTA 004

COMITÉ DU TRAITÉ D'ANALYSE.

-:-:-:-:-

RÉUNION DU 11 FÉVRIER 1935.

Etaient présents Messieurs :

WEIL, DELSARTE, CARTAN, DIEUDONNÉ, DUBREIL, de POSSEL, CHEVALLEY, et accessoirement, à titre consultatif, Monsieur ARTIN, Professeur à l'Université de HAMBOURG.

On discute d'abord les propositions faites lors de la dernière réunion, au sujet de la composition des sous-commissions d'Algébre et de théorie des fonctions analytiques.

WEIL à ce propos, énonce une fois de plus, certains principes généraux : les sous-commissions comprendront trois membres ; il y aura dans chaque sous-commission au moins un, et au plus deux spécialistes. Ces principes sont adoptés.

CHEVALLEY critique la composition de la sous-commission d'Algèbre (CHEVALLEY, DUBREIL, DIEUDONNÉ), et cela au nom des principes précédents. Il trouve DIEUDONNÉ trop spécialiste ; il propose de le remplacer par DELSARTE. WEIL voit dans cette proposition une tentative de dictature des algébristes, la virginité de DELSARTE en ces matières, et son caractère particulièrement doux étant bien connus. Après une courte discussion la composition proposée est adoptée.

DELSARTE et DIEUDONNÉ critiquent ensuite la composition de la s. commission de théorie des fonctions analytiques. Ils veulent remplacer LERAY par CARTAN. (Il n'est pas question de personnes). Les raisons qu'ils développent éloquemment étant particulièrement évidentes, ils ont gain de cause, et la composition suivante est adoptée : WEIL ; CARTAN ; MANDELBROJT.

de POSSEL, attaque ensuite le secrétaire au sujet du nom qu'il donne au traité ; il veut que ce soit un traité de Mathématiques et non un traité d'Analyse. Malgré sa vive insistance, il semble bien que l'opinion publique ne le suive point dans cette voie ; aucun vote n'a lieu et le secrétaire décide de persister dans ses habitudes. Vient ensuite une discussion assez confuse, qui a le tort de se poursuivre simultanément en des endroits divers. Il semble qu'il s'agisse d'une attaque brusquée de l'extrême gauche de l'assemblée, attaque sans doute fomentée par de POSSEL, (ulcéré par son précédent échec). CHEVALLEY le suit dans ses revendications. Il s'agit de formuler la différence qu'il y a entre l'algèbre et l'analyse. Sans qu'on sache trop pourquoi, les choses s'enveniment et des bruits de démissions, de schisme, circulent. Peu à peu le calme renaît et on aborde enfin le sujet de la réunion du jour : établir le programme de théorie des ensembles, théorie de la mesure, théorie de l'intégration. Le départ est un peu difficile, il y a un peu de confusion dans les esprits au sujet de ce qui a été fait sur les ensembles abstraits, enfin DIEUDONNÉ propose la liste suivante, concernant la théorie des ensembles.

Espace euclidien à n dimensions. Ensembles de points - ensembles bornés - Théorème de Bolzano - Weierstrass, - Ensembles ouverts - Ensembles fermés - Théorème de Borel-Lebesgue ; - Ensembles parfaits - Ensembles ~~xxxxxx~~ denses - Ensembles complémentaires - fonction caractéristique. -

Cette liste est adoptée sans qu'il y ait lieu de signaler de notables réactions.

On passe ensuite à la théorie de la mesure et à celle de l'intégration. CHEVALLEY d'abord, de POSSEL ensuite, exposent des projets précis.

Le projet de CHEVALLEY - qui a oublié d'apporter ses notes et qui par suite n'entre pas dans les détails - semble assez intuitif ; il arrive à la notion de mesure en suivant l'ordre historique d'après le schéma : Egyptiens ⟶ Archimède ⟶ Lebesgue ⟶ de Possel. La théo--rie de l'intégration est intimement liée - dans le développement même de l'exposé - à celle de la mesure ; il n'y a pas séparation en deux chapitres distincts. C'est du moins l'impression que donnent les paro--les de CHEVALLEY. Ce projet semble sourire à l'ensemble du comité. Il est juste de dire que d'après des remarques ultérieures de CHEVALLEY son projet se rapproche beaucoup - dans le détail technique - de celui de de POSSEL.

Ce dernier lit ensuite un plan détaillé qui sert de base à l'édification de la liste qui termine ce rapport.

Voici les objections qui sont faites à ce projet :

Il est trop important, trop élevé dans son ensemble, quelquefois trop technique. On craint qu'il ne donne lieu à la rédaction d'un véritable traité de l'intégration, qui serait semble-t-il déplacé dans un traité d'analyse. On lui reproche aussi de séparer trop nette--ment la théorie de la mesure de celle de l'intégration, de pousser la théorie de la mesure jusqu'à ses plus récents perfectionnements pour redescendre ensuite à des choses banales et ultra-classiques sur l'intégration. Enfin l'objection d'utilité est faite pour une grosse partie des développements techniques proposés par de POSSEL.

Les principaux objecteurs sont DUBREIL, DIEUDONNÉ, DELSARTE.-

Il est juste de dire qu'ils reconnaissent tous trois la parfaite es- -thétique de la synthèse proposée par de POSSEL - leurs objections sont donc faites à priori, et attendent, pour prendre toute leur force, ou au contraire pour disparaître, les premiers essais de rédaction. Ceci dit voici la liste de travail approuvée par le Comité :

Notion de mesure et de prolongement de mesure. Notion d'inté- -grale comme fonctionnelle linéaire et de prolongement des fonctionnelles linéaires. Chacune des deux notions entraîne l'autre. Notion générale de produit de mesure : intégrales multiples, associativité, th. de Lebesgue-Fubini. Théorème de Nikodym (? en vue du changement de variables ? pour son importance propre ?) ; changement de mesure de base (change- -ment de variable dans les espaces mesurés).

Extension au cas des espaces vectoriels (la valeur de la fonction, et éventuellement la différentielle, dans un espace vectoriel). Groupes abéliens ?

Intégration et mesure dans les espaces topologiques. Mesures de Radon (positives - à mesure variable). Applica- -tion de la dérivation des fonctions d'ensemble à la notion de densité physique.

Cas de la droite. Fonctions à variation bornée, fonction monotones. Cas de la mesure de Radon du plan (produit de 2 mesures de Radon de la droite), intégrales de Stieltjes : $\iint f \, d\lambda \, d\mu$. Fonctions absolument continues, dériva- -tion.

Théorie future de Weil-Cartan des mesures définies par un αV. Mesures linéaires, superficielles ; $\int f ds$, $\int f d\sigma$.

En terminant on effleure la question de la composition de la sous-commission de l'intégration. Les noms de WEIL, CARTAN, de POSSEL, CHEVALLEY, DELSARTE ... sont prononcés, aucune décision n'est prise. On suggère aussi comme programme de la prochaine séance les équations différentielles.

-:-:-:-:-:-:-

DELTA 004

A titre documentaire :

PROGRAMME D'INTÉGRATION
-:-:-:-:- (de Possel, Coulomb, Mandelbrojt)

Mesure. Déf. constructive de la mesure de Lebesgue pour un ensemble borné à 3 dimensions. (Avec un nombre fini d'intervalles, on n'abtiendrait pas une mesure complètement additive). Ensembles non bornés ; prop. de Cara. Corps des ensembles mesurables, additivité complète. Cas de 2 et 1 dimensions, avec quelques détails pour 1 dimension. Signaler le cas de n dimensions.

Idée de la notion générale de mesure, axiomes des espaces mesurés. Relation avec les notions physiques additives. Cas d'un espace à un nombre fini de points. Relation avec les probabilités (Insister.- Coulomb). Exemples de mesure dans l'espace euclidien.

Intégrale. Rappel de l'intégrale de Riemann pour une fonction continue positive dans un intervalle fini, par la continuité uniforme ; est égale à la mesure superficielle de l'ensemble des ordonnées. Former la somme de Riemann est un cas particulier d'une opéra--tion générale habituelle en physique (cf. cours Lebesgue de Sèvres). Pour intégrer f(P) dans un ensemble E.p.r. à une mesure μ , il faut grouper les points de E en petites parties où f varie peu ; immédiat quand on dispose de la notion de voisinage (f continu).

E. abstrait : 1°) ou, en groupant les points en ensembles Osc. $f < \varepsilon$, on arrive aux sommes de L. 2°) ou on part de la définition construc.

DELTA 004

<u>Intégrale considérée</u> <u>1°)</u> comme intégrale indéfinie.

<u>2°)</u> comme fonctionnelle linéaire. (Th. de Nikodym).

Produit de mesures. (comme généralisation de la 2è définition de l'intégrale de Riemann). Associativité, Fubini, intégrations successives ; changement de mesure de base.

Généralisation aux espaces vectoriels ; en particulier, intégration des fonctions réelles indéfinies ou complexes.

<u>Espaces métrisables</u>. Mesures de Radon. Dérivée de fonctions d'ensembles, densités physiques. Cas de la droite, fonctions monotones, intégrale de Stieltjes. Fonction absolument continue (dérivation).

Mesures approximatives. Mesure k-dimensionnelle. $\int f\, ds$, $\iint f\, d\sigma$.

Réserver à un fascicule séparé (dans la partie technique) la pratique du calcul intégral.