COTE : DELMS 005

AUTEUR : Henri Cartan

TITRE : Pour la partie III
du Journal de Bourbaki
(suggestions – propositions – demandes)

(Le 30 Novembre 1935)
Manuscrit autographe de H. Cartan

FONDS : JEAN DELSARTE

Nombre de pages numérisées 003
Nombre de feuilles prises en compte 002

INSTITUT DE MATHÉMATIQUE
DE
L'UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

le 30 novembre 1935

~~(PALAIS DE L'UNIVERSITÉ TÉL. 49,52)~~

N. BOURBAKI

Pour la partie III
du Journal de Bourbaki
(Suggestions - propositions - demandes)

Je propose qu'il soit parlé des groupes tout de suite après le chapitre des ensembles, et avant d'aborder l'algèbre.

Voici ce que je propose:

1° Groupe de transformations biunivoques d'un ensemble en lui-même. Tout groupe définit dans l'ensemble une relation d'équivalence, et, par suite, un partage en classes.

2° Groupe abstrait; (groupes isomorphes.) en déduire les deux « groupes des paramètres » ; d'où : tout groupe est isomorphe à un groupe de transf. biunivoques d'un ensemble en lui-même (groupe simplement transitif). Réciproque : tout groupe ~~de transfor~~ simplement transitif de transf. biunivoques d'un ensemble en lui-même définit un groupe abstrait, (chaque opération du groupe abstrait correspond à un élément de l'ensemble).

Un corps serait ensuite défini comme un ensemble qui est groupe de deux façons différentes.

T.S.V.P.

DEL MS 005

3

Voici maintenant quelques détails

Transformations biunivoques d'un ensemble E en lui-même. – (On les appelle aussi permutations ~~sur~~ les éléments de l'ensemble) ; on définit la transformation inverse, le produit de 2 transformations. Une famille de permutations s'appelle un groupe si

1° la famille contient la transf. identique ;

2° avec chaque transf., la famille contient la transformation inverse ;

3° avec deux transf., elle contient leur produit.

– Tout groupe définit dans E une relation d'équivalence (et, par suite, un partage en classes ; Cf le chap. "ensembles") ; on convient que $x \sim x'$ s'il existe dans le groupe une permutation qui transforme x en x'. Cette relation d'équivalence est bien, comme il se doit : 1° réflexive, 2° symétrique, 3° transitive, – d'après les propriétés 1°, 2°, 3° ~~du~~ groupe.

Exemple : dans le plan, le groupe des déplacements induit un groupe de permutations de l'ensemble des triangles ; d'où une relation d'équivalence entre les triangles ("égalité" au sens d'Euclide).

Dans chaque classe, le groupe est transitif.

Groupe abstrait : L'introduire de la façon suivante : si on considère un groupe de permutations d'un ensemble E, chaque permutation est un élément d'un ensemble G, et l'existence du produit de 2 permutations définit une loi de composition des éléments de G ; conditions auxquelles elle satisfait.

Réciproquement : définir un groupe abstrait.

Pour la suite, voir le résumé ci-dessus.

Donner des exemples, tels que le groupe additif des nombres réels, le groupe multiplicatif des nombres positifs (ces groupes sont isomorphes : logarithme)