

COTE DELDI 008

TEXTE ENGAGEMENTS DE DIEULEFIT
[VERSION RONÉOTYPÉE DE L'ENSEMBLE DU CONGRÈS]

FONDS JEAN DELSARTE

NOMBRE DE PAGES NUMÉRISÉES 11

NOMBRE DE FEUILLES PRISES EN COMPTE 11

ENGAGEMENTS de DIEULEFIT.

Il est entendu que Dieudonné fera toutes les rédactions presque-définitives, et se retirera quand on les aura repoussées.

Ensembles : Dieudonné fournira pour le 1^{er} décembre la rédaction presque définitive des résultats d'ensembles. (avec figures et sans logique). (sans soulignages).

Ensembles, mégarédaction : Weil fournira les chap. 1 et 2 (presque définitifs).

Algèbre : Lois de composition : Dieudonné fournira une presque définitive (avec les corps, entiers positifs et négatifs etc.).

Algèbre linéaire, Ehresmann complète et livre pour une date voisine de la présente. Il promet un chapitre "Application des vectoriels à la définition de divers groupes de transformation" (Idée générale, apprendre à manipuler un G/g), avec : espace linéaire et leçon d'axiomatique ; espace projectif, espaces de Siegel ; espaces euclidien et hermitien (?? euclidien sur un corps quelconque, hermitien sur un corps quelconque ne contenant pas i).

Chevalley fera un rapport sur les vectoriels avec corps non commutatif (question simple module - double module $\{ ! \}$).

Chapitre III de l'Algèbre, Pisot (plan de Dieulefit, cf. ancienne rédaction Delsarte) : suite de l'algèbre, avec les polynômes, hypercomplexes etc.. (rédaction Delsarte / Chevalley).

Un jour d'insomnie, Chabauty fera un fascicule sur les idéaux primaires, variétés algébriques, variétés algébroides sur un corps quelconque (point générique d'une variété algébrique, méthode simplifiée de van der Waerden).

TOPOLOGIE.

Dieudonné fournira une presque définitive de chap I, nouveautés de II, III, IV, V, VI, VII.

Weil fait l'introduction et les laius historico-bibliographique-existants.

Weil fera un rapport détaillé sur le degré topologique et la topologie combinatoire.

Les Chrysalides feront une rédaction (1) de la topologie III.

Weil fera pour le 15 Octobre :

1. Résumé des relations d'équivalence.
2. Démonstration de la caractérisation de R et T .
3. Introduction et historique de la topologie.

BLOC LINEAIRE.

Espaces linéaires en sommeil sous la garde de Delsarte et de l'adjutant.

Delsarte se lance sur l'espace de Hilbert et compte l'atteindre dans un temps fini (sans quitter sa trajectoire). (Filtrage de Stone) . Intégration en suspens.

PAVE ÉLÉMENTAIRE.

Reste suspendu sur la tête de Dieudonné.

DIVERS.

Cartan fera les théorèmes d'existence pour les équations différentielles ordinaires et les systèmes complètement intégrables. (cas régulier, existence locale).

- 3 -

Ehresmann fera les variétés localement différentiables et les formes différentielles (théorie élémentaire ; il consultera les papiers de de Possel). Il définira l'intégrale des formes différentielles (à coefficients continus) sur les variétés différentiables régulières (cf. de Possel) ; théorème de Stokes.

Groupes de Lie (Chevalley). (N.B. C'est une proposition sérieuse et honnête, qu'il dit). (Rédaction $\frac{1}{2}$).

Réclamer à de Possel les papiers sur les fonctions analytiques.

PLAN DE L'ALGÈBRE.

- I. Lois de composition ; entiers positifs et négatifs.
Corps (commutatifs ou non) ; caractéristique ; corps réels.
Pas d'homomorphisme dans les corps.
- II. Groupes additifs à opérateurs. Algèbre linéaire.
- III. Anneaux. Homomorphismes (idéals). Corps des quotients (cas commutatif). Rationnels. Exemples divers (entre autres Gruppenring). Algorithme d'Euclide. Corps finis. P.G.C.D. (par les modules). Nombres premiers. Structure des groupes abéliens à opérateurs.
- IV. Systèmes hypercomplexes sur un corps commutatif.
Exemples : quaternions sur un corps (ils forment un corps quand le corps de base est réel) - nombres duels de Clifford.
Algèbre extérieure. Déterminants.
- V. Matrices A^{mn} = homomorphismes de K^m dans K^n
Opérations : somme produit.
Multiplication à gauche et à droite par les éléments de K .
Rang. Matrices inverses.
Transposition. Contragrédience.
Correspondance biunivoque entre les matrices et les transformations linéaires d'un M^m dans un M^n . Cette correspondance est un isomorphisme d'espace vectoriel dans le cas commutatif.

PLAN DE LA TOPOLOGIE.

- I. Structures topologiques (3)
- II. Structures uniformes (3)
- III. Groupes topologiques (2)
- IV. Nombres réels (2)
- V. Sous espaces et espaces quotients de R^n (2)
- VI. Espaces { uniformisables (1)
 { métrisables
 { normaux
- VII. Espaces fonctionnels (1)

Chap. III. GROUPES TOPOLOGIQUES.

§ 1 (Cf. Chev.) (On y met l'exemple des p-adiques).

§ 2 (= § 3 Chev.). Ajouter structures séparées.

§ 3 (= § 4 Chev.). Sous-groupes, groupe engendré par un voisinage, groupe quotient, produit direct (on supprime les homogènes).

§ 4 Groupes complets, complétion d'un abélien ; tout localement compact est complet.

Chap. IV. § 1. Groupes ordonnés (archimédiens, complets, localement compacts).

§ 2. Nombres réels. Intervalles, système fondamental dénombrable de voisinages, représentation a-male, parties connexes, borne supérieure, fonctions monotones, homéomorphisme des intervalles, intervalles non empiétants, structure des ouverts.

§ 3. Multiplication.

- 2 -

§ 5. Fonctions numériques : Weierstrass, maximum atteint, lim. sup. et lim.inf., semi-continues, discontinuités des monotones.

Chap. V - Sous-groupes et groupes quotients de \mathbb{R}^n

- § 1. Sous-groupes fermés de \mathbb{R}^n , groupes quotients : tores.
- § 2. Caractérisation de \mathbb{R} et \mathbb{T} .
- § 3. Exponentielle et logarithme.
- § 4. Groupe multiplicatif des complexes, angle, cos et sin.

ESPACES FONCTIONNELS

CHAPITRE VII.

Le schéma général est foutu dehors.

On part d'un espace topologique E et de l'espace des fonctions continues, C , sur E (le cas dit "abstrait" s'obtient en prenant E discret). Observer que si on raffine la topologie on agrandit C .

Structure uniforme de C : structure de la convergence uniforme sur une famille S de parties de E . Pour que C soit complet, il suffit que tout point soit intérieur à un ensemble au moins de S .

Cas à envisager : conv. uniforme (C_u), convergence simple sur un discret, convergence sur les compacts dans un localement compact.

- 3 -

NOTE

AJOUTER A LA FIN DU § 4 DES STRUCTURES UNIFORMES.

- 1) Si A et B sont fermés dans un compact et si $A \cap B = \emptyset$, alors il existe un entourage V tel que $V(A) \cap V(B) = \emptyset$.
 - 2) L'ensemble des points qu'on peut joindre à l'un d'eux par une V -chaîne forme un ouvert-fermé.
Dans un compact, deux points d'une composante peuvent être joints par une V -chaîne.
 - 3) La composante connexe est l'intersection des ouverts-fermés.
-

GEOMETRIES.

Il est entendu que l'étude de chaque géométrie (affine, projective, etc.) commencera par un paragraphe purement algébrique avec corps de base quelconque, après quoi on passera au corps réel ou complexe ou les deux suivants les cas, avec ce qu'on voudra faire de géométrie différentielle.

Il est entendu que l'on va étudier les invariants différentiels et intégraux des groupes de transformations (suggestion d'Ehresmann). (C'est le problème essentiel de la Géométrie différentielle). Définir les invariants différentiels comme des invariants des espaces prolongés.

Espaces projectifs manière Ehresmann.

Espace projectif = quotient de K^n - o. - Groupe projectif. (Théorème soi-disant fondamental, d'après lequel toute transformation qui conserve les droites, dans le cas du corps des réels, est projective, renvoyé au laïus historico-existant). Th. de Pascal et Desargues (comme conditions nécessaires et suffisantes de commutativité et associativité).

Ehresmann propose ici les involutions, antiinvolutions, polarités et antipolarités.

Sous-géométries de la géométrie projective : géométrie euclidienne et géométries non-euclidiennes.

En vue des groupes de Lie : il faut faire les formes différentielles et les équations différentielles (Cartan promet un rapport sur ce qu'il aura envie de nous dire). (N.B. Promis pour janvier en principe s'il a fini l'intégration).

On fera les riemanniens symétriques des groupes projectifs des formes quadratiques (définies ou non, cf. espaces de Siegel).

N O T E

1. " E ordonné ; toute partie totalement ordonnée de E possède une borne supérieure " entraîne " quel que soit a , il y a un élément maximal de E supérieure à a "
2. " E ordonné ; toute partie totalement ordonnée de E possède une borne supérieure " entraîne " si f(x) (application de E dans E) est supérieur à x quelque soit x , il y a x tel que f(x) = x " . (et même, quelque soit a, il y a x supérieur à a!)
3. " F, ensemble de parties de E ; la réunion de tout sous-ensemble de F , totalement ordonné par inclusion, appartient à F " entraîne " quel que soit X dans F, il existe un élément maximal de F , contenant X " .
4. " F, ensemble de parties de E ; " X appartient à F " équivaut à "toute partie finie de X appartient à F" "entraîne" il ex. un élément maximal de F " .

(N.B. Il faut dire que si une famille de fonctions est totalement ordonnée par prolongement, la réunion est une fonction ; et il faut donner le prolongement, dans un ensemble d'applications, comme exemple de relation d'ordre).

(N.B. La prop. 2., de Cartan, est indépendante de Zermelo !).

(La prop. 2, que dit Cartan, est la plus commode à démontrer directement ; en déduire les autres).

N O T E

Il faut faire par une méthode unique les trois théorèmes :

1. Théorème fondamental sur les formes linéaires.
2. Théorème des fonctions implicites.
3. Changement de variables dans les intégrales multiples.

Par exemple

pour 1.: Soit une base a_1, a_2, \dots, a_n et un système libre b_1, b_2, \dots, b_n . On obtient des bases en substituant successivement b_1, b_2, \dots, b_n à un élément de la base a_i .

pour 2.: on appelle base des fonctions continument différentiables en un point, un système de fonctions au moyen desquelles toutes les autres peuvent s'exprimer d'une manière cont.diff.

Théorème : pour que des fonctions forment une base, il faut et il suffit que leurs différentielles forment une base du système des différentielles. Démonstration par substitution successive des fonctions f_1, f_2, \dots, f_n aux éléments de la base x_1, x_2, \dots, x_n

(on a démontré au préalable le théorème pour une dimension, avec des paramètres en nombre quelconque).

pour 3.: cf. 2 (on a démontré au préalable pour une dimension); on obtient ainsi le théorème local (globalisation par une partition de Dieudonné ; il faut le degré topologique quand la transformation, localement biunivoque, ne l'est pas globalement).

Ehresmann s'offre à faire une rédaction de tout ce qui concerne les variétés différentiables.

Chevalley promet de pousser l'algèbre jusqu'à ce qu'elle se foute par terre.