

## MATHÉMATIQUES ET APPLICATIONS

(séances des 23 et 30 janvier 1974)

Quelques remarques sur les mathématiques appliquées

par Didier DACUNHA-CASTELLE

Il est intéressant dans un séminaire sur la place des mathématiques dans la société de voir comment les mathématiciens voient les mathématiques appliquées et d'essayer ensuite de dégager les domaines essentiels où interviennent les mathématiques à degrés différents. Nous ne ferons ici que des remarques extrêmement partielles.

I Ce que les mathématiciens appellent mathématiques appliquées.

Il s'agit évidemment d'une vue qui a beaucoup évolué historiquement.

a) Sur les non-mathématiciens. Les mathématiciens sont (avec certains physiciens) les seules personnes à faire une distinction entre mathématiques appliquées et mathématiques pures. Il est clair que pour les non-mathématiciens, comme pour la majorité des scientifiques des autres disciplines, cette distinction n'a pas lieu d'être. Pour le grand public, les mathématiques sont considérées comme utiles (et ce sentiment s'est accentué aujourd'hui). Deux catégories ont à l'égard des mathématiques "pures" des conceptions qui vont évoluer en sens inverse (sous une pression idéologique déterminante pour les premiers, une pratique différente pour les seconds) : ce sont les "intellectuels" des sciences humaines qui ignorant totalement les mathématiques il y a 15 ans, vont pour des raisons que nous esquisserons plus loin, peu à peu, valoriser et survaloriser les maths ; et d'autre part les ingénieurs, de formation taupinale, qui avaient il y a 15 ans un respect certain pour les mathématiques de niveau supérieur à celles de mathématiques spéciales, volontiers considérées comme utiles ou "profondes" : ce sentiment a disparu aujourd'hui.

b) Les mathématiques appliquées pour les mathématiciens d'il y a 15 ans.

Nous allons essayer de dégager quelle était la position des mathématiciens français à l'égard des mathématiques appliquées. Il est difficile de trouver un critère ou des critères pour essayer de savoir ce que les mathématiciens appelaient mathématiques appliquées. Sans goût du paradoxe on pourrait dire que le critère essentiel est l'ignorance. En effet les mathématiques de la physique ne sont presque jamais étiquetées appliquées ; elles participent le plus souvent d'une théorie mathématique élaborée, (les mathématiques s'étant en bonne partie développées au siècle précédent sous la pression des nécessités de la physique). Une bonne partie des mathématiques pures sont donc appliquées très directement à la physique. Un domaine comme la

théorie des coalitions de Von Neumann, très voisin au fond de la théorie des ensembles (ou logique) est considéré (sondage personnel) comme mathématiques appliquées (à cause du mot coalition)! Le support intuitif non algébrique et non géométrique d'une théorie est sans doute aussi un caractère de son étiquette appliquée (ex : le "raisonnement probabiliste"). Le critère ignorance rejette donc dans les mathématiques appliquées (et de fait méprisées) des domaines comme les probabilités, (que personne ne distingue des statistiques) les graphes, l'analyse numérique etc... évidemment, l'influence, très positive dans certains domaines du Bourbakisme, a eu des conséquences négatives par son sectarisme plus ou moins conscient. Je me souviens d'une réaction qui m'avait frappé par son incongruité de Dieudonné à un des (rares) séminaires Bourbaki auquel j'ai assisté, face à un exposé utilisant un peu de vocabulaire et pas mal de notions probabilistes, considérées partout ailleurs comme élémentaires. A l'Ecole Normale, centre de reproduction de l'"élite", aucune ouverture vers les mathématiques "appliquées". Il est d'ailleurs bien connu que ce sectarisme a existé à l'étranger envers d'autres domaines (pour des raisons très différentes) et en France envers certains domaines comme la logique que l'on ne saurait qualifier d'appliquée. Le développement de la logique en France est dû d'abord à la pression de ses résultats et à quelques individualités qui ont su aller à contre-courant, avec une conviction bien ancrée (et non au passage éphémère de quelques mathématiciens étrangers). Il est d'ailleurs à remarquer que 15 ans après, la théorie des ensembles n'est toujours pas enseignée (sous ses aspects élémentaires) dans bien des cas aux futurs enseignants du secondaire, notamment à Orsay (et ce n'est pas un hasard!). Les mathématiques appliquées étaient donc considérées (souvent à juste titre au niveau de l'enseignement supérieur français, mais pas ailleurs!) comme la chasse gardée des médiocres. Mais aucun effort ne m'a paru être fait par les mathématiciens d'alors pour sortir de cet état de fait.

### c) Une période de transition.

On va alors assister à un changement d'attitudes, dû à plusieurs raisons. Une raison objective et universelle aujourd'hui reconnue, est le développement des ordinateurs, redonnant leurs chances à de nouveaux domaines alors bloqués. Liée à cela, l'apparition de nombreux problèmes venant d'autres domaines que la physique par exemple l'économie, (non tant la théorie économique qui a surtout donné des exercices d'Ecole type Debreu ou J. Schwartz, mais plutôt tous les problèmes d'optimisation, de graphes, de probabilités, de statistiques d'origine micro-économique ou sectorielle). Les mathématiciens vont ressentir ces phénomènes nouveaux, liés au développement des forces productrices, avec des effets amplifiés et déformés par des résonateurs idéologiques. Comme le montreront, je l'espère, des gens plus qualifiés que moi dans ce séminaire, les mathématiques (leur vocabulaire essentiellement) vont être inté-

grés par les représentants de l'idéologie du capitalisme d'Etat et de l'impérialisme américain pour donner une couverture de "rationalité" à leur système. Et à côté de besoins objectifs, la bourgeoisie (comme l'a montré Samuel dans son exposé) va être obligée de "peindre", de "vernir" ses cadres en mathématiques ; le pouvoir de faire au tableau une règle de trois, de paraître un véritable petit ordinateur humain, caractérise l'homme politique moderne, tel notre actuel ministre des finances (Ecrit au début de mai 1974). Les raisons à la fois objectives et progressistes, idéologiques et réactionnaires, vont avoir une conséquence au niveau des débouchés de l'enseignement supérieur (bien que pour l'essentiel, elles profiteront surtout aux écoles de commerce, de gestion, nouvelles pépinières du haut personnel de service).

A côté de ces phénomènes fondamentaux, une certaine prise de conscience du monde mathématique va être accélérée par la présence de quelques mathématiciens de très grande valeur qui vont marquer les connexions entre les domaines étiquetés comme appliqués et les maths pures, par exemple probabilités et théorie du potentiel. Au contraire l'absence d'une véritable politique nationale de l'informatique notamment au niveau de la recherche, n'aide pas à l'émergence de cadres scientifiques de haut niveau dans ce domaine malgré l'accroissement du nombre d'entreprises traitant des méthodes mathématiques de gestion et d'analyse.

Pendant cette époque de transition, le monde mathématique reste orienté par l'idéologie qui survalorise la "théorie" comprise en un sens étroit, par exemple la solution des grands problèmes historiques (certaines solutions obtenues pendant cette période seront d'ailleurs assez décevantes). Insistons enfin sur un point qui m'a paru toujours très étonnant. C'est le caractère appliqué que gardent certaines disciplines aux yeux de l'élite mathématique et la permanence des étiquettes. Personne ne peut raisonnablement donner un critère sérieux pour considérer la théorie des Markov, type P.A. Meyer, qui est une très belle théorie mathématique, avec un formalisme très riche, comme plus appliquée que la théorie des intégrales singulières, ou les aspects les plus théoriques des équations aux dérivées partielles. Qualifier les probabilités comme appliquées, n'est pas sérieux, puisque ici on trouvera encore comme champ d'application essentiel la physique théorique (théorie des champs et mécanique statistique). On pourrait faire bien des remarques analogues, par exemple à propos de la soi-disant analyse numérique. Cette conception "historique" et aberrante de la notion de mathématique appliquée est cependant en recul total chez les mathématiciens de moins de 30 ans, qui ont reçu une (petite part) d'enseignement mathématique dans les disciplines concernées.

d) Après mai 68.

Mai 68 va marquer pour les universitaires la nécessité absolue de faire quelque chose pour ouvrir l'Université vers des problèmes nouveaux ; mais surtout, le pouvoir

réactionnaire va passer à l'attaque frontale contre l'Université et la recherche fondamentale, asphyxie par les crédits, asphyxie par les débouchés.

La réaction du monde universitaire et des mathématiciens en particulier va être lente, souvent confuse mais finalement, je pense, assez bonne. Je vais d'abord m'arrêter un peu sur une tentative (qui paraît avoir échoué complètement) de récupération des mathématiques appliquées, d'attaque (très déguisée) contre la recherche mathématique fondamentale, à une attaque contre le formalisme, menée par un petit groupe de mathématiciens ultras, à tendances versaillaises, menant au niveau du recrutement une politique de cooptation politique, et que l'on trouve à des postes de responsabilités un peu partout. Il s'agissait pour eux de réduire la crise à l'inadéquation des enseignements universitaires aux nécessités du monde extérieur (duquel ?). Au plan universitaire, c'est une tentative faite de promouvoir artificiellement, par simple appellation, des enseignements appliqués. Aucun effet sérieux en mathématique ne paraît en avoir résulté, l'"inertie" des enseignements et l'allergie absolue des mathématiciens en étant cause. Mais profitant de la situation extrêmement complexe existant dans l'enseignement secondaire, des difficultés de la mise en place de la réforme et pour des raisons strictement politiques, ce même groupe, entraînant quelques collègues de bonne foi, va essayer de viser à travers l'APM, à la fois la masse des enseignants, la seule association qui ait essayé (avec des erreurs mais qui n'en ferait pas dans ce domaine) de faire réfléchir sur l'enseignement des mathématiques et sur leurs applications (soit dit en passant, la débilité de la SMF face aux problèmes essentiels des mathématiques, enseignement et mathématiques appliquées a été absolue ; espérons que cela va changer). Dans l'UPUM, association des mathématiques pour "l'utile", sorte de journal "Minute" de la spécialité, on a pu voir une tentative de se servir politiquement du problème des applications des mathématiques. Malheureusement la bassesse des propos et des buts n'a rien pu apporter au débat et c'est dommage. L'opinion d'un grand nombre de collègues mathématiciens du secondaire sur les problèmes de mathématiques appliquées serait fort intéressante à connaître. Certains éléments peuvent être trouvés dans les revues de l'APM, mais je n'ai pas le temps de les détailler ici. Représentant direct de l'idéologie dominante la frange ultra de l'UPUM me paraît donc bien isolée.

Au rang des attitudes négatives face aux problèmes généraux des applications des mathématiques, citons les attitudes esthétiques et ultra-élitistes, dont le théoricien (navrant quand il prend la plume sur les mathématiques) est Dieudonné : l'exacerbation du malthusianisme et de l'élitisme (la société n'a pas besoin de mathématiciens ("à part nous qui sommes en place, sous entendu") ; "à quoi bon former des jeunes destinés au chômage , allons au devant des vœux du pouvoir, supprimons

les enseignements destinés aux futurs chercheurs et créons partout des enseignements au rabais, petits DEUG, et beaucoup de mathématiques de la gestion"). Pliant (souvent avec une très grande bonne foi et une volonté sincère d'éviter aux étudiants des catastrophes) sous la pression de l'idéologie dominante, ces secteurs rejoignent le pragmatisme vulgaire et à courte vue des tenants de la recherche appliquée rentable à court terme (ils sont rejoints en cela par mal d'ingénieurs et de scientifiques d'autres disciplines). Je passe rapidement sur ceux qui croient en la "nature" foncièrement dangereuse, perversissante des mathématiques, ce type de raisonnement postulant une existence propre des mathématiques en dehors de leur contexte économique et social est sans importance.

L'aspect positif est que le monde des mathématiciens, universitaires, enseignants du secondaire, ingénieurs, dans sa majorité reprend conscience de l'unité des mathématiques, du caractère complètement artificiel de la coupure "pures-appliquées". Les gens ont envie d'aller vers les applications, trouvent normal de préparer un travail et de tâter de l'ordinateur si besoin est. Je vais esquisser quelques impressions très fragmentaires sur ce que sont, de fait, les applications des mathématiques, en dehors de celles universellement reconnues comme celles de la physique.

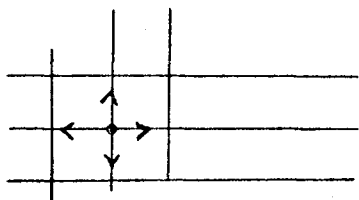
e) Mathématiques appliquées et mathématiques applicables.

Beaucoup de confusions existent donc en ce moment sur les rapports entre mathématiques et applications. Il est clair que les mathématiques ont des applications ne fût ce qu'en physique et dans de nombreux domaines technologiques (mécanique appliquée, certains domaines de la chimie etc...).

Que peut-on dire des autres domaines et la production actuelle des mathématiques encore dites pures recevra-t-elle des applications ? Une chose est certaine pour ce qui est des domaines relevant de l'optimisation et de la vie sociale : par exemple l'organisation des transports, la planification (exemple : la planification hongroise à plusieurs niveaux), c'est l'alliance de techniques mathématiques relativement simples (théorie des queues, techniques d'optimisation) et de techniques d'informatique plus ou moins complexes qui donnent des résultats qualitativement nouveaux. Ces problèmes nécessitent beaucoup de travail sur cas particuliers pour leur solution et ne débouchent pas nécessairement sur des théories très larges. La gestion automatisée relève plus de l'informatique et est essentiellement une technique mais l'informatique permet de traiter une quantité considérable des données. Détaillons ce point à titre d'exemple : de nouvelles mathématiques descriptives sont nées, qui sont à un ensemble de données ce qu'étant la géométrie descriptive à la géométrie ; analyse des données statistiques ou classification relèvent aussi de l'alliance entre des concepts mathématiques simples ou triviaux (géométrie euclidienne pour la première, distances ultramétriques pour la classification). Très

à la mode, utilisées à toutes les sauces en biologie, sociologie, économie enquêtes etc... elles sont certainement survalorisées et sont un outil pour ceux qui tendent à donner un statut scientifique à des démarches peu rigoureuses, mais malgré tout leur intérêt intrinsèque est grand comme outil de description (visuelle) de situations complexes, comme outil d'explication et de vulgarisation.

Plus importantes pour l'avenir sont les diverses procédures de contrôle, d'optimisation en liaison avec la théorie des équations aux dérivées partielles, la théorie des probabilités et les statistiques. Déjà une intervention importante des mathématiques dans les problèmes de commande, de transmission de signaux, d'organisation d'expériences scientifiques etc... existe. En retour, ces différents domaines ont beaucoup apporté aux mathématiques (par exemple dans la théorie de systèmes dynamiques). De tels aller-retour mathématiques - autres sciences ou domaines, sont à prévoir par exemple en biologie, il serait illusoire de donner un ordre de grandeur pour les délais. Il est certes à prévoir que des branches de mathématiques "pures" mourront de leur belle mort, mais d'autres branches dont on perçoit l'intérêt "en soi" peuvent très bien donner demain des applications insoupçonnées. La chose la plus utile à faire pour les mathématiciens paraît être de lier quand cela est possible dans la recherche, mais surtout dans l'enseignement, les différents aspects des mathématiques. Il faut allier deux attitudes : les mathématiques servent à trouver des bons formalismes, il faut donc apprendre aux gens à bien formaliser ce qui est formalisable et trouver de nouvelles voies de formalisation, (il faut défendre ces idées contre les obscurantistes réactionnaires et les tenants du savoir calculer); il ne faut pas mépriser ceux qui simplifient, au début de façon considérable, des problèmes concrets, venus d'horizons divers, pour essayer de les formaliser un peu, à condition que ces personnes soient conscientes de leur démarche. Il faut enfin inclure dans l'ensemble des mathématiciens tous ceux, et je pense qu'ils seront de plus en plus nombreux (éventuellement spécialistes en même temps d'une autre activité) qui travaillent à la solution, par approximations successives, de problèmes concrets et importants. La théorie mathématique est simple à définir, la pratique mathématique ne peut pas être uniforme et une attitude progressiste, face au développement des forces productives (sans pollution Séminaire Samuel) pour diminuer le travail pénible des gens, et face aussi au plaisir qu'il y a à faire des mathématiques (faisons plaisir à Dieudonné et aux esthètes) est de créer au niveau de la recherche, de l'enseignement et des applications des conditions permettant une pratique très large et différenciée de la théorie mathématique. Terminons par un exemple. Prenons un problème aussi simple que la percolation dont l'exemple élémentaire est le suivant : on a un réseau, par exemple  $\mathbb{Z}^2$  et un point source  $(0,0)$ . Chaque arête a une probabilité  $p$  de laisser passer le



fluide ; si l'arrête est ouverte le fluide passe, le sommet est mouillé il devient à son tour source etc... Probabilité pour qu'il existe un

chemin infini de mouillé. Ce problème et divers problèmes plus complexes du même type sont fort utiles dans 3 domaines, propagation des cellules cancéreuses, physique du solide, chimie micromoléculaire ! Complètement bloqué mathématiquement pendant 15 ans, il a avancé par simulation (bien obligé) puis la simulation donnant des idées ainsi que d'autres résultats théoriques il y a de nouveau des progrès théoriques utilisant des techniques "pures" très diverses. C'est un exemple frappant de situation saine où la "pratique" mathématique, la simple simulation a fait progresser la théorie mathématique, le tout donnant des hypothèses intéressantes concernant des problèmes biologiques importants et sur lesquels les mathématiciens ne font que commencer à envisager de se pencher un jour...

En guise de conclusion très partielle, la survie et le développement comportent pour la société des mathématiques et requièrent de la part des mathématiciens eux-mêmes un certain nombre d'attitudes :

- Une défense claire des possibilités d'existence de la recherche mathématique fondamentale
- Regarder les applications des maths avec des yeux un peu tournés vers l'avenir
- Abandonner pour ces applications les critères "esthétiques" ou "amusants"
- Très vite, surtout pour les futurs enseignants, modifier très sérieusement le caractère des programmes pour faire plus de place aux applications.