

LA MODE EN MATHÉMATIQUES

(exposé du 6 mars 1974, par Etienne BIZE)

I - Généralités et essai de définition

D'après le dictionnaire : "Usage passager dans les manières, le costume...etc", "manière d'être ou d'agir particulière à un pays".

Le dictionnaire cite le cas particulier du vêtement.

Autre sens mentionné : "manière d'être par opposition à substance".

Ce sens du mot mode est sans doute à l'origine de celui qui est maintenant le plus répandu, dans la mesure où on considère en général que "la mode", dans quelque domaine que ce soit, touche seulement à l'apparence et à la surface des choses, et non à leur nature profonde.

Plus précisément, le phénomène de mode apparaît lorsque l'action concertée ou non, consciente ou non de certains individus ou de certains groupes exerce une pression plus ou moins précise sur les autres membres de la communauté, pour leur faire admettre et adopter certains critères, certaines hiérarchies de valeurs, certaines idées, ou plus simplement certains agissements, le choix ainsi favorisé ne présentant en fait aucun caractère de nécessité.

Deux remarques s'imposent alors :

1°) Un phénomène de "mode" a toutes les chances d'apparaître chaque fois qu'une activité est le fait commun à suffisamment de gens, et que cette activité donne lieu parmi ceux qui la pratiquent à des échanges et à une publicité permanents.

2°) Il n'y a "mode" que s'il y a "émission" et "réception", s'il y a ceux qui font la mode et ceux qui la suivent, la propagent ou la subissent, même si la séparation entre les uns et les autres n'apparaît pas toujours très clairement. Un même individu peut, en effet, représenter à la fois les deux comportements.

II - Quelques faits révélateurs, et brève analyse

- Platon (427 à 347 avant J.C.) dans La République, se moque des calculateurs "qui changent l'unité pour de la menue monnaie", et dit que là où ceux-ci divisent, les savants multiplient. Il veut dire que, par exemple, l'égalité des rapports d'entiers a/b et c/d doit se constater non en divisant a par b et c par d , mais en vérifiant que $ad = bc$.

C'est une allusion à la polémique qui séparait les mathématiciens grecs de cette époque des logisticiens ou calculateurs professionnels. Ceux-ci, comme leurs prédécesseurs babyloniens et égyptiens traitaient les fractions comme des nombres

pour leurs calculs. Au contraire les mathématiciens s'étaient imposés de ne traiter les fractions que comme des opérateurs, définis sur une partie de l'ensemble des entiers, les relations d'égalité ne pouvant être écrites qu'entre nombres entiers. Les raisons de ce comportement semblent liées à une attitude philosophique issue des réflexions des premiers penseurs grecs sur l'un et le multiple. Selon eux, l'unité ne pouvait se partager sans perdre son caractère d'unité.

Dans la mesure où c'est justement en considérant les rapports d'entiers comme des mesures de grandeurs que devait naître la notion de nombre rationnel, on peut estimer que ces mathématiciens étaient détournés par la mode du moment d'une évolution féconde.

- L'examen des sujets des thèses de doctorat ès sciences mathématiques de 1830 à nos jours témoigne aussi d'évolutions qui ne sont sans doute pas étrangères à la mode.

Nous avons examiné les sujets des thèses sur les périodes suivantes :

1830-1870 (66 thèses, presque toutes datant de 1850 à 1870)
 1900-1910 (41 thèses)
 1934-1939 (59 thèses)
 année 1970 (61 thèses)

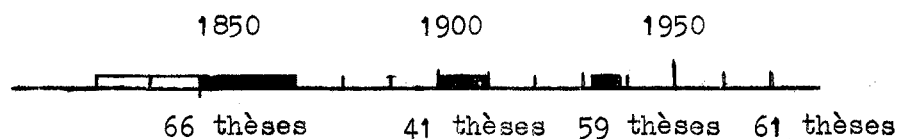
Il s'agit de toutes les thèses figurant à la bibliothèque de l'E.N.S. (Ulm). Bien que la collection ne soit sans doute pas tout à fait complète, elle permet de se faire une idée sur l'évolution du nombre des thèses, de la nature de leur sujet, de leur importance. Il nous a fallu choisir une classification qui nous permette de suivre l'évolution sur 140 ans. Celle que nous avons retenue est la suivante :

- Domaine appliqué : exemple : mécanique classique, mécanique des fluides, distribution de charges électriques sur des surface etc ...
- Astronomie-mécanique céleste.
- Géométrie, en entendant par là la géométrie de la droite, du plan et de l'espace, où les démonstrations font appel à l'intuition de l'espace physique ambiant.
- Sujet abstraits : analyse classique, algèbre moderne, et tous les développements conduisant aux domaines actuels des mathématiques dites pures.

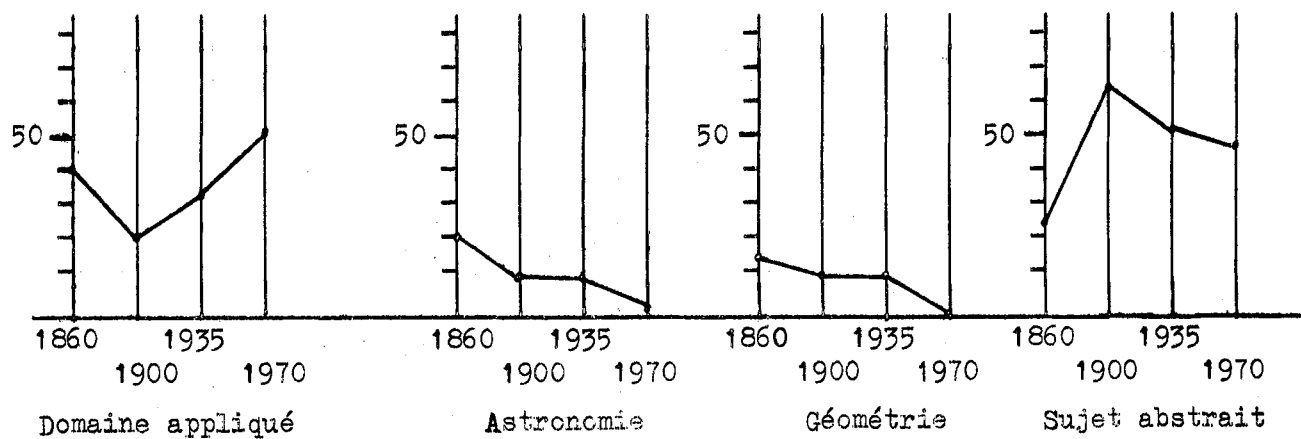
Les résultats, en pourcentages sont consignés dans le tableau suivant :

Années Nombre de thèses	Domaine appliqué	Astronomie	Géométrie	Sujet abstrait	Nombre de thèses par an
1850(1830)-1870 66 thèses	41%	20%	15%	24%	3 à 4
	61%		39%		
1900-1910 41 thèses	20%	7%	10%	63%	4
	27%		73%		
1934-1939 59 thèses	30%	7%	12%	51%	10
	37%		63%		
1970 61 thèses	52%	2%	0%	46%	60
	54%		46%		

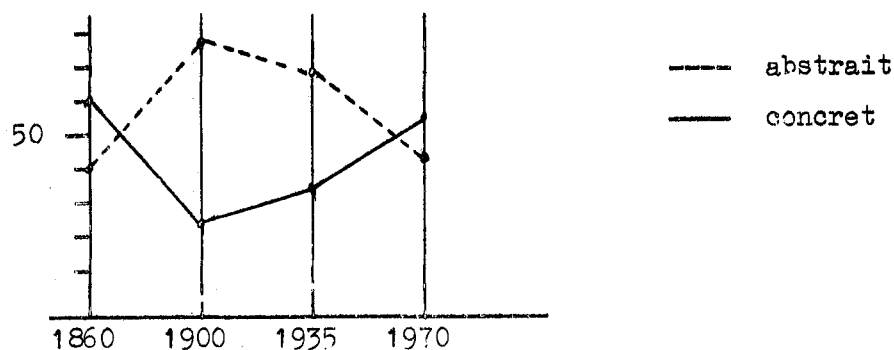
Emplacement des échantillons dans le temps :



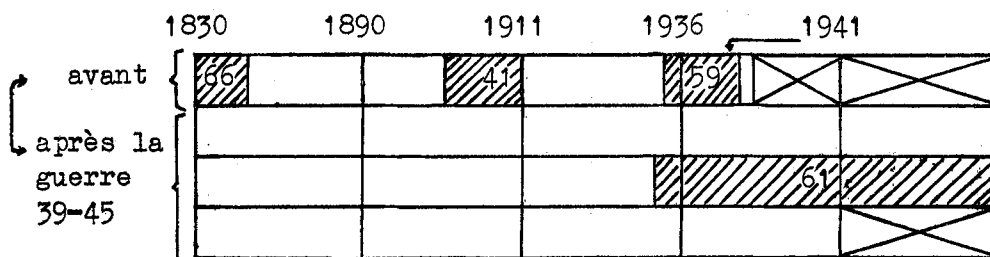
Evolution suivant les types de sujets, en pourcentage :



Evolution comparée des pourcentages de sujets de type "concret" et de type "abstrait" :



On peut enfin schématiser le volume occupé par ces thèses sur les rayons de la bibliothèque :



L'examen, bien que superficiel, de ces thèses, appelle quelques commentaires concernant cette activité mathématique très particulière.

(1) Pour la période 1850-1870, 80 des thèses environ sont rédigées dans un esprit qui ne serait pas admis par les mathématiciens d'aujourd'hui. Les raisonnements font un appel constant à l'intuition géométrique par des considérations ingénieuses et compliquées dont on sait qu'elles peuvent être trompeuses. Ce qui est remarquable, c'est que les résultats sont presque toujours exacts ! L'intuition des auteurs était bonne !

En revanche quelques thèses de cette époque, classées dans le type abstrait, sont d'une rédaction très claire et très "actuelle", si l'on fait abstraction de l'absence du vocabulaire, devenu courant, de la théorie des ensembles.

Le volume de ces thèses varie de 25 à 60 pages. Elles ne sont pas très calculatoires.

A partir de 1885 environ, on arrive aux rédactions de style tout à fait actuel ; surtout si on regarde le chemin parcouru par rapport aux années précédentes. Il reste évidemment quelques thèses marginales du type "ancien". Il en restera encore jusque vers 1935.

(2) Il semble bien que l'"âge d'or" des thèses de mathématiques se situe en France entre 1885 et 1910. Cela correspond au développement des premières théories abstraites rigoureusement déductives, fondées sur des axiomatiques complètes. L'influence des travaux de Cantor, qui ont précédé cette période d'une quinzaine d'années, est évidente. Les idées de Cantor, on le sait, firent scandale. Malgré cela, les mathématiciens, même quand ils furent assez réservés à propos de certaines des conclusions de Cantor (Poincaré, Borel, Lebesgue, Baire) adoptèrent pour la première fois systématiquement les formes d'exposition purement déductives qui sont universellement utilisées depuis. C'est l'abandon systématique de l'in-

tution dans les démonstrations. Le volume des thèses augmente et atteint parfois les 200 pages. On observe une très forte progression des sujets "abstraits".

(3) L'évolution d'ensemble sur les 140 années couvertes témoigne à notre avis des phénomènes suivants :

- abandon brutal, après Cantor, des sujets d'origine appliquée
- retour progressif, depuis 1900, vers ces sujets, avec un "matériel" perfectionné
- effacement de l'astronomie absorbée par l'astrophysique
- disparition des sujets de géométrie "élémentaire" que l'axiomatique de Hilbert fait rentrer sous une forme plus générale dans le rang des théories abstraites déductives
- évidemment et surtout, explosion formidable de l'activité mathématique après la guerre de 39-45, surtout après 1955
- enfin, depuis 1900, diminution progressive du niveau moyen des thèses par rapport aux recherches de pointe. L'assimilation de plus en plus difficile des résultats antérieurs par les jeunes mathématiciens âgés de 20 à 30 ans qui font leur thèse rend pour eux de plus en plus rare en pourcentage l'accès rapide à des découvertes marquantes.

Autrement dit, l'activité du type "thèse", a cessé progressivement d'être, en mathématiques, une activité de recherche vraiment avancée, devenant plutôt une activité assez traditionnelle, bien encadrée par un groupe, s'exerçant dans une certaine "sécurité". Ce fait est d'ailleurs largement justifié par l'utilisation "sociale" du grade de docteur pour parvenir à des situations où l'activité de recherche n'est pas la seule qu'il faille pratiquer.

- Nous pouvons citer quelques faits en relation avec la question de la mode, et relatifs au fonctionnement du CCU et de la commission des thèses.

1°) Attitude de ces organismes dans le cas de thèses effectuées en collaboration constante par deux ou trois personnes. L'habitude très ancrée dans le milieu mathématique de ne juger les gens qu'individuellement a semble-t-il provoqué un certain désarroi lorsqu'il a fallu donner un jugement commun à plusieurs personnes. Heureusement, la disparité des situations administratives est venue à point nommé au secours de ceux qui tenaient absolument à différencier les individus en question !

2°) Deux de nos collègues ont failli ne pas être inscrits sur la liste restreinte assez récemment.

Les raisons qui ont pu nous parvenir à propos de ces réticences n'étaient pas des raisons purement mathématiques, ni des raisons d'ordre pédagogique. C'était des discours du genre : le sujet traité est un peu "ancien", l'argument venant sans

doute du fait que les résultats de l'une des thèses se trouvent en germe dans les œuvres de Gauss !

Pour l'autre de nos collègues, on a entendu dire que le "style" des démonstrations n'est pas "moderne" et autres remarques de ce genre.

Ces deux collègues ayant été inscrits, insister serait de mauvais goût.

3°) Un autre de nos collègues s'est vu refuser son inscription sur la liste restreinte sur des raisons dites de "motivation". La raison invoquée serait que "le sujet de la thèse, dans l'esprit de son auteur, est étranger à tout le reste des mathématiques".

Nous n'avons aucun autre renseignement sur les débats du CCU. Par contre ce refus d'inscription a donné lieu, entre le rapporteur de la thèse, ses soutiens et les tenants de l'attitude adoptée par le CCU, à une volumineuse correspondance d'un grand intérêt. Les deux positions antagonistes sont en résumé les suivantes :

(1) Partisans de la "motivation" : Pour qu'un travail soit apprécié, il faut qu'en dehors de toutes qualités de clarté, de rigueur, d'originalité, de difficulté mathématique des problèmes résolus, son sujet soit en relation directe avec des problèmes déjà posés dans de "bons" ouvrages par de "bons" auteurs.

(2) Point de vue opposé : Un travail sera considéré comme bon et intéressant si, compte tenu de l'état contemporain de la Science Mathématique, il contient : ou des résultats difficiles à percevoir, ou des résultats à démonstration difficile, ou des résultats et des notions qui éclairent d'un jour nouveau des domaines assez vastes des mathématiques, et mettent de l'ordre dans ce qui paraissait chaotique auparavant. Donc, refus de se baser sur des principes qui proclament d'avance qu'un travail n'est intéressant que s'il appartient à tel ou tel domaine.

- Enfin, on ne peut pas ne pas citer la conférence prononcée à Bordeaux en mai 1973 par M. J. Dieudonné, avec pour titre : "orientation générale des mathématiques pures en 1973". Un résumé approuvé par l'auteur est disponible à la bibliothèque. M. Dieudonné est un partisan convaincu de la motivation ((1) ci-dessus) et ses conceptions de la recherche sont franchement aristocratiques. On se demande vraiment combien parmi ceux qui ont été amenés à gagner leur vie en enseignant les mathématiques dans l'enseignement supérieur mériteraient à ses yeux le nom de mathématicien, même de 3e ou 4e ordre !

III - Divers aspects de la mode en mathématiques

Munis de ces quelques faits essayons de dégager les divers aspects de la mode en mathématiques, et d'abord, d'en donner une idée un peu plus précise. Les définitions vues au début s'appliquent, étant entendu que ce que la mode cherche à imposer, c'est une hiérarchie dans les sujets de recherche, et éventuellement dans les méthodes de résolution. C'est la raison pour laquelle, faute de temps pour approfondir d'autres aspects, nous avons regardé en détail les sujets des thèses. Ordinairement le travail de thèse est entrepris entre 20 et 25 ans. On peut estimer que les mathématiciens de cet âge sont relativement plus perméables aux diverses pressions exercées par la mode, et que le choix des sujets peut donc être un baromètre assez fidèle.

A) Evolution au cours du temps - Aspect historique

L'enquête effectuée est seulement embryonnaire, et le sujet est vraiment trop vaste pour être traité complètement.

Je fais ici appel aux volontaires s'il y en a parmi les auditeurs pour citer des faits caractéristiques de la mode à diverses époques.

On peut cependant remarquer que la pratique des mathématiques par rapport aux autres professions était réellement assez confidentielle jusque vers 1880 environ. La création et la transmission de la mode avant cette date, devaient être notablement différentes de ce qu'on observe aujourd'hui.

B) Aspects actuels

- mode locale, nationale, globale

Partout où il y a un groupe de mathématiciens, on observe, en général, une mode. Exemple : une promotion de math. à l'E.N.S. En général il y a un noyau de quelques individus brillants (et souvent bruyants) qui se précipite à grands cris dans une direction donnée, les motifs réels du choix n'étant pas toujours très clairs. Très souvent la personnalité du directeur du groupe de recherche correspondant à un rôle important dans ce type de choix. Ensuite, la mode est "lancée" et, "pour avoir de l'esprit", il faut travailler dans le même domaine !

Sur le plan national, un autre phénomène apparaît dans le choix de la direction de recherche : celui de la rentabilité du travail de recherche au regard de la carrière. Ici apparaît ce fait propre aux mathématiques : il n'y a que très peu de vrais mathématiciens professionnels, c'est-à-dire qui ne fassent que de la recherche mathématique. Presque tous sont en même temps des enseignants. Il en résulte une interaction assez complexe entre la façon de "grimper" dans la hiérarchie des enseignants et dans la façon 1°) de faire de la recherche, 2°) de faire apprécier son

travail de recherche. La mode au plan national est essentiellement liée à ces phénomènes, phénomènes compliqués encore par le fait que l'organisme "juge", le C.C.U., étant consultatif est irresponsable par nature. Les exemples précédents montrent que le C.C.U. s'appuie parfois sur les critères de "motivation" dont on aimerait qu'ils soient aussi clairement énoncés que ceux de Dieudonné. Tous les jeunes chercheurs se précipiteraient vers les "bonnes" mathématiques... et il faudrait sans doute ensuite tenter le sauvetage des autres domaines abandonnés !

Sur le plan global, on peut estimer que la propagation de "la mode" doit davantage ressembler à ce qu'elle était, par exemple, à la fin du siècle dernier. Dans la mesure où les questions de carrières ne se jouent pas dans ce cadre, les avis sont plus désintéressés et liés seulement aux problèmes mathématiques et à leur évolution.

L'influence de l'extérieur sur ce qui se passe en France revêt parfois des aspects curieux. Il est bien connu que l'exigence de "motivation" dont parle Dieudonné rend les jeunes chercheurs timides, et il arrive que des résultats tardent à être publiés par leurs auteurs peu encouragés dans cette voie parce que "cela n'intéressera personne". Il arrive que le même résultat soit publié alors dans un autre pays sous une autre signature. En général, le problème redevient aussitôt "intéressant", ce qui montre bien la vanité relative de cette idée de motivation.

- mode et enseignement

On vient de voir que mathématiques et enseignement sont très liés par le fait que la grande majorité des mathématiciens sont des enseignants. On peut ajouter à cela que le phénomène de mode a des manifestations spécifiques dans l'enseignement des mathématiques. Citons quelques unes des relations entre mathématiques et enseignement en dehors du fait évident (cf. 1er exposé du séminaire) qu'il s'agit d'une discipline universellement enseignée de la maternelle à l'université :

- 1°) Les mathématiciens sont presque tous des enseignants.
- 2°) Les carrières des mathématiciens.
- 3°) L'enseignement et le recrutement des chercheurs.
- 4°) La propagation des idées et des théories nouvelles par l'enseignement et les exposés oraux dans les congrès, colloques, séminaires, cours de niveau élevé... etc...
- 5°) Rôle important de l'enseignement dans les efforts de formalisation des théories mathématiques. Les meilleurs livres sont souvent des cours repris et complétés.

- mode mathématique et insertion de l'activité mathématiques dans la société

Cet aspect de la question a évidemment complètement changé avec le développement industriel et scientifique amorcé au milieu du siècle dernier.

L'insertion de l'activité mathématique dans la société ne peut pas se décrire très simplement, et dépend, pour beaucoup du système politique en vigueur dans le pays considéré. De toute façon, on ne peut pas, à mon avis, échapper à la contradiction suivante :

- Pour les non-mathématiciens et, plus généralement ceux qui sont étrangers à la recherche scientifique, les mathématiques sont un "service", et leur développement se justifie à la mesure des besoins.

- Pour les mathématiciens productifs, passionnés par leur travail, les mathématiques sont une fin en soi.

Nous avons vu que l'enseignement constitue un lien très important entre les mathématiciens et l'ensemble de la société.

L'importance considérable de certains résultats mathématiques pour le développement des disciplines expérimentales et de la technologie, tant au niveau de la recherche que de la production pose évidemment le problème de la liberté des mathématiciens face aux utilisateurs de leurs théories. On imagine assez facilement que, dans certaines conditions, la "mode" soit en fait une pression de l'extérieur sur les mathématiciens. Dans sa conférence Dieudonné indique qu'en Chine les résultats de mathématiques "pures" ne sont pas publiés à cause de leur inutilité immédiate. En URSS, par contre, les mathématiques dites "pures" ont retrouvé leurs droits. Dans les sociétés occidentales, ce genre de pression existe, sous un aspect plus sournois. En France, par exemple, que signifie la parcimonie avec laquelle sont octroyés les postes CNRS en mathématiques, alors que la D.G.R.S.T. distribue des crédits importants pour financer des recherches technologiques dans des entreprises privées ou des laboratoires publics ? Vraisemblablement une certaine méfiance du pouvoir politique vis à vis des mathématiciens en ce qui concerne les possibilités d'utilisation des résultats auxquels ils s'intéressent. Il s'agit donc bien d'une pression exercée au moyen de la pénurie de postes, pour empêcher le développement naturel de l'activité mathématique disons "abstraite".

Certains citeront l'I.H.E.S. en contre-exemple. Je crois qu'il s'agit là justement d'une action ponctuelle et spectaculaire qui sert à cacher la réalité profonde. C'est l'alibi et la bonne conscience à bon marché pour les groupes qui financent cet organisme.

Conséquence de ces états de fait : pour certains, il convient de propager "la mode" pour les sujets qui constituent de bonnes pompes à finances :

La mécanique des fluides est "dans le vent", faisons de la mécanique des fluides...

L'informatique "paye", faisons de l'informatique.

C'est un aspect non négligeable de la mode.

On pourrait croire qu'il s'agit d'un phénomène utile, dans la mesure où il y a, au point de départ un besoin réel dans la branche considérée.

En fait c'est inexact parce que ce processus s'engage avec une certaine inertie et provoque en général une ruée sans commune mesure avec les besoins.

Le cas de la mécanique des fluides est typique :

A l'origine se trouve le développement rapide, juste après la guerre de 39-45, de la production d'énergie hydroélectrique. De plus une équipe technico-scientifique de grande valeur, aux établissements Neyrpic, contribua à répandre par l'intermédiaire de l'E.D.F. des travaux théoriques d'hydrodynamique.

La suite est connue : fondation du laboratoire national d'hydraulique de l'E.D.F., et création de plusieurs centres de recherche universitaires sur ces sujets ; typiquement "mathématiques appliquées". On élargit les sujets à l'ensemble de la mécanique des fluides. Résultat : les structures mises en place sont susceptibles de fournir dix fois plus de spécialistes que les problèmes posés à l'origine n'en nécessitaient.

Il faut dire aussi que ce type de mode, fabriquée pour des besoins extérieurs, donne lieu assez souvent à la naissance d'une "contre mode" dans le milieu mathématique. Le mépris assez répandu pour les problèmes issus de domaines appliqués témoigne de ce genre de réaction.

Pour étayer cet essai de classification, citons encore quelques exemples de faits ayant relation avec la mode en mathématiques.

Exemple cité par P. Samuel : Un chercheur américain publie en 1949 un résultat d'algèbre dans une revue cotée. Il passe inaperçu. 21 années plus tard P. Samuel trouve le même résultat, en parle à un collègue américain qui lui cite l'article paru. P. Samuel, faisant donc référence à l'article paru, publie un exposé amélioré. Cette nouvelle publication déclenche aussitôt l'intérêt d'un nombre non négligeable d'autres chercheurs. Cet exemple permet de voir que suivant l'époque, les circonstances et la personnalité de l'auteur ces résultats sont plus ou moins considérés sur le plan international (mode globale).

Il y a aussi la mode de la publication à tout prix.

Exemples de mode dans l'enseignement supérieur : L'influence du formalisme utilisé par Bourbaki dans la rédaction de son traité.

Il n'est pas nécessaire de très bien connaître les réactions des étudiants pour savoir qu'un exposé sans aucune répétition, où les résultats antérieurs ne

sont cités que par des références chiffrées est tout à fait anti-pédagogique.

Voici in extenso une démonstration d'un manuel très connu destiné aux étudiants. Il s'agit de démontrer que 6 propriétés (1)(2)(3)(4)(5)(6) sont équivalentes :

" On a $(2) \iff (4)$ et $(3) \iff (4)$ d'après 8.11.3, donc $(2) \iff (3) \iff (4)$. Il est clair que $(1) \implies (2)$.

" Comme (2) et (3) simultanément impliquent (1), on voit que (1),(2),(3)(4) sont équivalentes.

" Enfin, $(1) \implies (5)$ et $(5) \implies (3)$ d'après 1-8-4 ; de même, $(1) \implies (6)$ et $(6) \implies (2)$ d'après 1-8-4.

" Donc (5) et (6) sont équivalentes aux deux premières conditions. Enfin, si ces conditions sont remplies, on a $v = w = u^{-1}$ d'après 2.5.16 " fin de la démonstration.

Problème : quel est l'énoncé du théorème ?

On peut aussi discuter de l'influence de Bourbaki quand au fond. Car si procéder du général au particulier convient bien pour les vastes synthèses, cette méthode est nettement moins adaptée à l'enseignement.

Autre exemple. Même dans les meilleurs centres d'analyse, la théorie des distributions n'est enseignée, à l'étranger, qu'à des étudiants avancés, alors qu'en France elle est longuement enseignée dans le 2ème cycle. La personnalité charismatique de leur inventeur n'est pas étrangère à cet état de choses !

La présence de vigoureux "combinatoriciens" en Roumanie fait que l'analyse combinatoire est très enseignée dans ce pays. Elle l'est très peu en France.

Exemple de mode dans l'enseignement du second degré : Les excès de vocabulaire très souvent observés après l'introduction dans les lycées des mathématiques dites modernes, et l'abus très fréquent de l'usage d'objets non mathématiques pour illustrer la théorie des ensembles. Il s'agit là sans doute des excès de "secrétion" de fervents pédagogues assez peu mathématiciens. Ce n'est pas très grave, mais un peu paradoxal.

Le but avoué des promoteurs de la réforme n'était-il pas, en effet, d'éliminer de l'enseignement du second degré les débuts trop "intuitifs" en arithmétique et en géométrie, de reléguer aux oubliettes le gâteau pour apprendre les fractions et le fil tendu pour se faire une idée de la droite ? Or voici qu'une foule plus grande encore d'objets "barbares" vient encombrer l'enseignement nouveau, et cela jusqu'à des classes de niveau plus élevé qu'autrefois !

IV - Les mécanismes de la mode en mathématiques

A) Particularités de l'activité mathématique favorisant les phénomènes de mode

- Très forte interconnexion entre les activités des individus, même si ces individus sont isolés dans leur travail personnel.

Cette caractéristique est propre à toutes les activités scientifiques, mais encore accentuée en mathématiques, car seuls l'exposé public et l'impression permettent de faire "prendre en compte" un travail mathématique. Il est donc dès sa création soumis au groupe. Or la création d'un groupe est presque fatalement soumise à une "mode".

Chaque groupement de mathématiciens contient en germe la possibilité d'être créateur d'une mode. Pour se grouper les mathématiciens obéissent à des critères variés (chaque motif de groupement pouvant être générateur de mode) :

- motif purement scientifique : séminaires, colloques... etc
- motif géographique : présence d'une bibliothèque, d'une école, d'un centre d'enseignement
- motif hiérarchique : réunion du collège X
- motif fonctionnel d'une institution : commission de spécialistes, sections du C.C.U.

- Nécessité pour le jeune chercheur de "faire apprécier son travail" par les juges ad hoc s'il veut avoir une carrière normale.

- Difficulté considérable, malgré les échanges et les publications, à comparer les niveaux de travaux concernant des domaines différents des mathématiques. Ce point est très important car il explique comment les "on dit" et autres réputations répandues de bouche à oreille finissent par avoir une grande importance si dans l'ensemble des "juges" ne figure pas un vrai spécialiste des questions traitées par le candidat examiné.

B) Emetteurs, récepteurs, véhicules

Comme nous l'avons dit au début, nous pensons qu'il n'y a mode que s'il y a création, propagation et réception de la mode. Pour analyser complètement le phénomène de mode il faut donc répondre aux trois questions :

- 1 Où, quand, comment, par qui est créée la mode en mathématiques ?
- 2 Comment se propage la mode en mathématiques ?
- 3 Quels sont les récepteurs, c'est-à-dire ceux qui suivent bon grè mal grè la mode ?

Question 1 :

La mode est créée essentiellement par des groupes, et dans les groupes, en général sous l'influence de quelques individus seulement (exemples : Bourbaki, le C.C.U., les "Maths. Parisiennes").

Dans les bons cas, il s'agit des meilleurs mathématiciens, et on rejoint le phénomène de motivation selon Dieudonné.

Lorsque le groupe en question (commission, C.C.U.) est investi de pouvoirs en toute rigueur extra-mathématiques (carrière des enseignants par exemple) il est certain que la mode adoptée dans le groupe est une arme redoutable en ce qui concerne la lutte d'influence entre les diverses branches des mathématiques.

Accéder dans ces groupes et contribuer à la définition de leur doctrine de travail attire d'ailleurs, en général, ceux qui ont le goût d'un certain pouvoir.

Question 2 :

La mode se propage essentiellement par les échanges entre individus et entre groupes et par l'enseignement. Les groupes de jeunes (E.N.S. par exemple) sont de très efficaces véhicules de la mode.

Autres types de véhicules de la mode : ceux qui accèdent dans des commissions sans avoir la compétence technique requise. C'est fréquent dans les commissions ministérielles de réforme de l'enseignement des mathématiques où des organismes tiennent à être représentés sans pouvoir déléguer un vrai spécialiste. Faute d'un programme d'intervention précis, ces délégués ne peuvent guère que "suivre la mode".

Question 3 :

On peut dire qu'il y a en gros deux sortes de récepteurs :

- Les récepteurs naïfs = ils font ce que dicte la mode parce qu'ils trouvent que c'est bien. C'est le cas de bien des jeunes, en sortie d'école par exemple.

- Les récepteurs zélés = ils font ce que dicte la mode en toute conscience, soit pour des raisons de carrières, soit pour des raisons indiquées plus haut, de finances.

V - Récapitulation

1°) En récapitulant, on est obligé de constater une contradiction entre les deux observations suivantes :

- La mode est, au début, considérée comme un phénomène futile, ne touchant qu'aux apparences des choses.

- L'analyse des "faits de mode" met en général en évidence des motivations assez profondes et des questions assez graves : volonté de puissance pour certains, soucis de carrière pour d'autres, etc ... etc ...

2°) Nous avons vu que l'activité collective est propice aux phénomènes de mode, même s'il n'y a pas de volonté particulière des individus dans ce sens. Cependant la possibilité d'exercer une pression efficace sur les choix des mathématiciens est certainement un facteur d'amplification important de la mode. Ce facteur ne peut évidemment intervenir que si les individus, dans leurs choix, disposent encore de quelques "degrés de liberté".

Autrement dit, le rôle de "récepteur" pour la mode n'est pas convenable dans le cadre d'une absence totale de liberté individuelle. La mode ne pouvant pas vivre sans récepteurs, on peut estimer que l'absence totale de liberté individuelle entraînerait la disparition de la mode.

A l'opposé, si on imagine une société n'exerçant aucune pression sur les individus qui la constituent, on peut concevoir que la mode y perde toutes ses implications non futiles, et parvienne donc à réduire le paradoxe du paragraphe précédent.

Concluons donc que, dans la réalité, les mathématiciens sont assez libres pour que la mode soit un moyen de pression efficace, mais trop peu libres pour qu'elle puisse être considérée comme vraiment futile.