

PUBLICATIONS

MATHEMATIQUES

D'ORSAY

n° 86-74.16

SAMUEL PIERRE

MATHEMATIQUES, MATHEMATICIENS
ET SOCIETE

(nouveau tirage 1979)

Université de Paris-Sud
Département de Mathématique

Bât. 425

91405 **ORSAY** France

PUBLICATIONS

MATHEMATIQUES

D'ORSAY

n° 86-74.16

SAMUEL PIERRE

MATHEMATIQUES, MATHEMATICIENS
ET SOCIETE

(nouveau tirage 1979)

Université de Paris-Sud
Département de Mathématique

Bât. 425

91405 **ORSAY** France

SEMINAIRE "MATHEMATIQUES, MATHEMATICIENS ET SOCIETE"

TABLE DES MATIERES.

Introduction.

- Réflexions en guise d'introduction (Pierre Samuel).
- Le rôle du chercheur scientifique (D. Schiff et L. Verlet).

I - Mathématiques et sélection.

Mathématiques, Latin et sélection sociale (exposés de P. Samuel).
Discussion sur ces exposés, et textes sur la question.
A propos de "mathématiques et sélection" (Daniel Lazard).

II Mathématiques et applications.

Quelques remarques sur les mathématiques appliquées (Didier Dacunha-Castelle).
Sur la modélisation (C.P. Bruter).
Un exemple : la filiation des manuscrits d'Aristote (P. Samuel).
Les mathématiciens et la mécanique (P. Samuel).

III Femmes et mathématiques.

Quelques nombres et pourcentages (Micheline Vigné).
Histoire de quelques mathématiciennes (Marie Claude Heydemann).
Témoignage d'une mathématicienne (Michèle Vergne).
Une enquête sur les mathématiciennes :
 Texte du questionnaire.
 Commentaires sur les réponses au questionnaire (Monique Lejeune).

IV La mode en mathématiques (Etienne Bize).

V L'idéologie en mathématiques.

- Plan des exposés de C. Duhamel et J. Henry.
- Appendice : reproduction d'un texte de J. Dieudonné sur l'orientation générale des mathématiques pures en 1973.

VI Fantasmes inconscients en mathématiques (Monique Nguyen Thanh Liem).

REFLEXIONS EN GUISE D'INTRODUCTION

Le Séminaire qui va suivre est un Séminaire critique, qui examine sans indulgence certains caractères peu recommandables des mathématiques scolaires et surtout universitaires. On y verra en particulier comment les Mathématiques :

- sont un outil de sélection sociale ;
- ont des applications douteuses ;
- sont une des courroies de la transmission idéologique des idées dominantes ;
- constituent une société dure, élitiste, très hiérarchisée, culpabilisante, et plus dure encore aux femmes qu'aux hommes.

Les participants de ce Séminaire ont ainsi fait un effort pour mieux connaître divers aspects des mathématiques et de leur milieu. Pour nous, mathématiciens surtout "purs", le travail que nous sommes habitués à faire se borne d'ordinaire à obtenir la connaissance et ne va pas plus loin, sinon pour l'élargir ou la perfectionner. Mais, étant donné le sujet traité, on est tenté, à la fin de ce Séminaire, de voir cette meilleure connaissance déboucher sur des actions.

Ces actions seraient-elles "de l'intérieur" ou "de l'extérieur" ? Il y eut unanimité pour reconnaître que la communauté mathématique fait partie de la société ambiante, qu'elle est à son service, qu'elle la reflète, - et bien peu d'entre nous étaient satisfaits de cette société. Beaucoup sont donc tentés de conclure qu'il faut d'abord modifier cette société, en organiser une meilleure, et qu'ensuite la communauté mathématique "suivra" et trouvera son équilibre. Mais agir uniquement "de l'extérieur" est un choix trop simpliste que la grande majorité des participants du Séminaire paraît ne pas avoir fait, - cela en dépit de la diversité des courants qui s'y sont exprimés. Il y a en effet des difficultés, des malaises, des souffrances et il est normal de vouloir faire quelque chose ici et maintenant pour les alléger. Ceux qui, nombreux, cherchent à combiner l'action de l'extérieur et celle de l'intérieur pensent souvent que les efforts "de l'intérieur" donnent une meilleure connaissance de ce qu'il faudrait changer et que l'expérience acquise est en partie généralisable à d'autres aspects de la société.

De plus, pour la communauté mathématique, les difficultés sont, à mon avis, beaucoup moins économiques qu'idéologiques et psychologiques. Un Maître-Assistant qui n'accède pas à la liste restreinte malgré une thèse honorable est bien plus brimé psychologiquement que matériellement. Or j'ai l'impression que ce sont là des domaines sur lesquels on peut lutter "de l'intérieur", alors que le domaine économique se prête surtout à la lutte "de l'extérieur".

Le Séminaire n'a pas abordé directement la question posée par A. Grethendleck et le groupe "Survivre et Vivre" : "Faut-il continuer à faire de la recherche mathématique ?". On a cependant parlé de l'effet de décervelage qu'ont certaines formes de la recherche (et de l'enseignement) mathématique. On a noté que la pratique des mathématiques induit souvent une rigidité d'esprit, une incapacité à traiter des situations floues et mal axiomatisables ; partout, le mathématicien a tendance à chercher, ou à réclamer, "des critères nets et indiscutables". Une profonde analyse d'un libertaire américain, David Kubrin décrit l'interaction entre cet état d'esprit et la formation de la société industrielle occidentale depuis le 18ème siècle ; un de ses articles a pour titre "How Sir Isaac Newton restored law'n order in the West". L'élitisme qui prévaut dans la communauté mathématique française induit une attitude de respect et d'humilité devant les grands.

D'autre part le travail mathématique est créateur et relativement libre, chose très rare. Qu'on y soit actif ou passif, il procure des joies esthétiques qui sont parfois intenses. Je n'aurais donc pas tendance à jeter le bébé avec l'eau du bain.

Deux collègues physiciens d'Orsay, Daniel Schiff et Loup Verlet, m'ont communiqué un texte reproduit plus loin, qui esquisse une solution avec une ampleur que je ne saurais atteindre. (1)

Il est, il est vrai, d'autant plus difficile de mettre en oeuvre leurs profondes suggestions qu'on travaille dans un domaine plus "pur" ; les courbes sur les corps de fonctions et les anneaux euclidiens s'y prêtent encore moins bien que les particules élémentaires à hautes énergies.

Il y a cependant un domaine, longuement traité dans ce Séminaire dans lequel les mathématiciens, même très "purs", sont de plain-pied pour agir. C'est celui du refus idéologique : refus d'intérioriser les stéréotypes, - actions tendant à minimiser les effets de la compétition et de la "course au honneurs", démystification de l'énorme "technologie lourde" qui envahit l'enseignement et la recherche mathématiques. C'est à la fois du domaine de l'action et du domaine du comportement.

Pierre SAMUEL

(1) Ce texte a été publié comme "tribune libre" dans la Recherche de Septembre 1974.

Le rôle du chercheur scientifique
(texte de D. Schiff et L. Verlet)

Le but de ce texte est d'essayer d'éclairer à nouveau la question, périodiquement posée aux chercheurs depuis Mai 68 (par exemple par "Survivre et vivre") et chaque fois repoussée : "Pourquoi faisons-nous de la recherche scientifique"? Nous soupçonnons que si cette interrogation, pourtant vécue quotidiennement par les chercheurs, est refoulée, c'est parce qu'elle touche des questions difficiles à aborder : nature de notre rapport au savoir, à la vérité scientifique, à la compétence, à l'autorité ; représentation que nous nous faisons du travail, de la justification de notre salaire. Nous avons, certes, par rapport à la majorité des gens l'immense privilège d'un travail qui n'est pas idiot, de conditions de travail très libres, d'un salaire confortable. Ceci ne nous semble pas une raison suffisante pour "chercher et nous taire", pour réprimer nos aspirations à un changement du contenu même de notre travail. Refculer toute interrogation sur le sens de la recherche scientifique, c'est se résigner à une "double vie". En dehors de notre travail nous discutons politique, construction d'une société libre et égalitaire, critique de la division du travail, catastrophes engendrées par la "croissance", Marcuse, Illich, Dumont. Dans les murs de nos laboratoires nous continuons la même recherche sur les lois de la nature, les propriétés de telle particule élémentaire à haute énergie ou telle propriété de la matière à basse température, comme si les courants qui nous traversent et qui agitent en profondeur la société ne pouvaient en aucun cas concerner l'objet de notre travail : la science.

Qu'une certaine distance entre le sujet et l'objet soit nécessaire à la réalisation de tout projet, nous en sommes bien conscients : toute activité nécessite un certain recul, tout travail un détour. Mais on a parfois l'impression, à regarder par exemple la recherche en physique théorique aujourd'hui, que le détour est devenu coupure, le recul oubli. Changer notre recherche : partir non plus des questions que pose la science, mais des questions que chacun se pose et que pose le devenir de la société, voilà ce que nous voudrions tenter.

Ce qu'il y a sans doute de nouveau dans les questions que se posent certains chercheurs à propos de leur travail, c'est qu'elles ne traduisent plus seulement une inquiétude quant aux "retombées" néfastes de la science, mais une perte de confiance dans la science elle-même. Jusqu'à récemment notre recherche, même parcelaire et spécialisée, nous semblait avoir un sens comme maillon du projet de la connaissance scientifique. Nous prenions du plaisir à chercher et à trouver : les énigmes posées par la nature nous semblaient un défi exaltant et nous avions en plus l'impression, en cherchant à les résoudre, de contribuer, fût-ce modestement, au bonheur de l'humanité, d'aider à combler une vieille angoisse : comment comprendre la nature ? Comment la dominer ? Nous étions convaincus que toute connais-

sance scientifique représente un progrès, une valeur en soi, ce qui d'ailleurs aidait à justifier à nos yeux et aux yeux des autres, notre salaire. Le seul problème, mais qui ne nous concernait pas directement, était le mauvais emploi qui était fait de certaines découvertes scientifiques : péril atomique, catastrophes écologiques, contrôle des individus par ordinateur, manipulations neurochirurgicales ou génétiques, ... Face à une peur devant ces "perversions" de la science, nous gardions confusément un espoir en ses "bienfaits" à venir. Cet espoir n'est pas totalement déraisonnable : il n'est pas absurde, par exemple, d'imaginer que les physiciens vont réussir à réaliser la fusion nucléaire contrôlée, ouvrant l'accès à de nouvelles sources d'énergie, ou que les biologistes parviendront à comprendre et guérir le cancer - et, à plus longue échéance, à comprendre le fonctionnement du cerveau et à expliquer la mémoire, le langage, l'esprit humain. Mais d'autres problèmes nous semblent aujourd'hui bien plus urgents : problèmes nés en partie de l'énorme pouvoir de la science ; et qui la dépassent : par quoi voulons-nous et pouvons-nous remplacer le modèle actuel de société ?

Quels types de finalité veut-on et peut-on proposer à la société post-industrielle : production et consommation de biens matériels ou épanouissement des individus ? manipulation, contrôle, domination ou autonomie ? Acceptation de l'isolement ou communications et échanges créateurs ? L'invention d'un nouveau type de société n'est pas une simple rêverie d'intellectuels marginaux et illuminés, c'est une nécessité réelle, urgente, dont les signes deviennent évidents pour presque tous : épuisement des ressources naturelles, pollution, surpopulation, impossibilité du maintien de la "croissance". C'est un fait objectif que la civilisation occidentale ne peut plus prétendre servir de modèle au reste du monde : son maintien suppose le renforcement d'inégalités déjà insupportables. Les analyses sérieuses, chiffrées, scientifiques de la crise qui nous attend ne manquent pas : les faits expérimentaux se multiplient qui indiquent l'urgence des menaces, la réalité du besoin de nouveaux modèles, donc d'un type nouveau de connaissances. Mais ce sont d'autres faits expérimentaux que les chercheurs continuent à analyser. D'autres connaissances que les scientifiques, par myriades, s'obstinent à accumuler, connaissances de physique fondamentale notamment, dont nos bibliothèques regorgent.

Le rôle politique que jouent la science et les scientifiques commence, en particulier depuis Mai 68, à être analysé. Hiérarchie, concurrence, parcellarisation du travail caractérisent et notre pratique scientifique, et notre société en général. Le mode de production de la science tend à ressembler de manière troublante au mode de production capitaliste : croissance "à la japonaise" du nombre d'articles écrits, existence de modes scientifiques, obsolescence rapide et artificielle

des idées. L'extension du modèle scientifique permet à la société industrielle de s'abriter derrière une rationalité de façade. Le politique est refoulé par réduction au quantitatif : ce qu'on ne peut enfourner dans l'ordinateur est "oublié". L'institution scientifique, de plus en plus, est solidaire des autres institutions sociales et, en particulier, de l'institution militaire. "L'armée est le dernier rempart de la société libérale" avouait, il y a quelques mois, le ministre des armées. On peut se demander si, dans le domaine idéologique, la neutralité de la science n'est pas le dernier rempart de l'ordre établi.

Au delà de l'utilisation qui est faite de la science, quelle est sa signification politique ? Qu'en est-il de la neutralité qu'elle affiche ? Sa cohérence massive, la force de sa vérité, le gage que constitue son extraordinaire prise sur le réel, semblent la mettre à l'abri de toute critique que, pourtant, l'évolution de notre civilisation fondée sur elle semble appeler. Peut-il être question de mettre en cause la véracité de la science ? Les attaques politiques à ce niveau (procès à Galilée, aux darwinistes, affaire Lyssenko, distinction stalinienne entre science bourgeoise et science prolétarienne) ont toujours échoué. Abandonner l'ancrage à la réalité que représente la rationalité, vouloir insuffler au robuste matérialisme de la science on ne sait quel supplément d'âme, c'est revenir aux illusions que la science a mis des siècles à dissiper. Mais ce qu'on peut mettre en question, c'est le consensus qui la place au-dessus de l'idéologie, qui la déclare politiquement neutre, qui la présente comme s'il s'agissait d'une construction achevée, cohérente, équilibrée, d'une oeuvre idéale au-dessus de toute critique. Or l'édification de la science est un processus qui dépend largement de l'idéologie de la société dans laquelle il se déroule. Cette société infléchit les travaux du chercheur, directement par promotions et crédits, indirectement en définissant les domaines de recherche les plus prestigieux. De plus les connaissances acquises à ce jour sont mises en perspective selon la vision idéologique dominante : c'est cette idéologie dominante qui accorde, dans le corpus du savoir, une importance secondaire aux outils qui ont permis l'essor de l'humanité par rapport aux lois éternelles de la nature ; aux savoir-faire pratiques par rapport à leur théorie. On peut se demander si c'est par hasard que le label "qualité-science" n'est en général pas accordé aux découvertes les plus subversives (Marx et Freud sont des exemples assez massifs pour qu'on y réfléchisse).

On peut mettre en balance les sommes investies pour faire progresser la connaissance "fondamentale" et le fait que des découvertes qui concernent la vie de tous viennent d'isolés, de francs-tireurs. C'est un non-spécialiste qui a découvert la méthode d'avortement par aspiration. C'est sans l'appui des institutions de recherche qu'a été mise au point la méthode de naissance sans violence qui permet

sans doute d'adoucir considérablement le choc de la naissance.

Nous pensons qu'une réorientation de la recherche est possible. Il faudrait la recentrer autour des questions que chacun se pose, qui tournent de plus en plus autour de la finalité de notre société. Il paraît alors nécessaire d'ordonner la recherche autour d'un projet politique explicité. Pour nous il s'agit d'échapper à l'emprise mortelle de l'ordre établi en réalisant l'utopie : un socialisme décentralisé, autogestionnaire ; une société qui soit une "association où le libre développement de chacun est la condition du développement de tous". Chacun pourra y réaliser largement ses désirs, éprouver sa créativité, avoir le temps de vivre fraternellement (la frugalité nécessaire étant alors acceptable).

Recentrer la recherche, c'est d'abord la mobiliser autour des problèmes techniques que pose l'édification de cette société. Einstein a dit un jour "plutôt que physicien, j'aurais dû être plombier". Cette boutade doit être prise au sérieux. Une société autogérée suppose l'élaboration du savoir technique approprié : comme l'a souligné Illich, la société est largement conditionnée par la technologie qu'elle utilise. Développer les outils de l'avenir est une tâche essentielle. Cela ne peut se faire qu'avec les travailleurs dont le savoir-faire doit être inclus sans condescendance dans l'ensemble des connaissances significatives.

Il faut, surtout, constituer les soubassements économiques, sociaux, culturels, de la civilisation qui se cherche. On pourrait ici établir une longue liste des questions, définir un programme de travail, esquisser des solutions possibles. C'est ce qu'on trouve dans tous ces livres où une fois montrée avec acuité l'absurdité de la civilisation actuelle, autre chose est proposé : Face à la cohérence massive de la société industrielle (on peut être fou et cohérent), ces projets apparaissent le plus souvent comme assez dérisoires. On ne peut définir l'avenir à soi tout seul. Les solutions, les questions même ne sortiront que d'un processus collectif, qui (hors de nos laboratoires!) est déjà bien engagé. Il y a des expériences qui préfigurent l'avenir, qui permettent de faire le partage entre ce qui est envisageable et ce qui est réellement faisable (tentatives communautaires, expériences de prise de pouvoir dans l'entreprise, etc...). Progressivement, ce processus de recherche permettra de donner corps à l'utopie et de priver la société actuelle de son inévitabilité.

Dans cette recherche les scientifiques traditionnels ne sauraient prétendre à une place privilégiée. Le rôle qu'ils peuvent y jouer, c'est d'apporter le savoir technique indispensable et l'exigence de rationalité, de validation de la théorie par sa prise sur le réel.

Daniel SCHIFF, Loup VERLET
Maître de
Recherche CNRS
Bât. 211 ORSAY

MATHÉMATIQUES. LATIN ET SÉLECTION DES ÉLITES.

(par Pierre SAMUEL)
exposés des 9 et 16 janvier 1974

I - QUELQUES FAITS.

Pendant fort longtemps il allait presque de soi qu'un élève destiné à de longues études et à de hautes fonctions sociales devait faire du Latin et même, si possible, du Grec. Dans le lycée bourgeois où j'ai fait mes études secondaires de 1931 à 1938 (Janson de Sailly), il y avait, en seconde et en première, 4 sections avec Latin et Grec, 3 sections avec Latin seulement et 2 sections sans Latin ni Grec ⁽¹⁾. J'ai interrogé 79 collègues mathématiciens d'Orsay et constaté que 59 d'entre eux, soit 75 %, ont fait du Latin ; voici le tableau des pourcentages : ⁽²⁾

	Bac avant 1945	Bac de 1945 à 1960	Bac après 1960
Latin et Grec	67%	32%	20%
Latin seul	11%	40%	57%
Pas de Latin	22%	28%	23%
	} 78%	} 72%	} 77%

Les élèves et leurs familles avaient l'impression que, dans les classes avec Latin et plus encore dans celles avec Latin et Grec, on trouverait les meilleurs élèves et les meilleurs professeurs, cela même en mathématiques et en physique.

La situation a été particulièrement nette pendant l'entre-deux-guerres, où l'égalité scientifique régnait dans les lycées : seuls le Latin et le Grec distinguaient une section d'une autre. On est ensuite passé à un système mixte avec, en gros, 4 sections : A (Latin-Grec), B (Latin-Langues), C (Latin-Sciences) et M (Sciences-Langues) ; les plus "nobles" étaient A et C, avec une sous-section "super-noble" A' où le Grec s'ajoutait au programme de C. Depuis 1965 les sections du second cycle secondaire se différencient par leurs programmes scientifiques : A (Lettres), B (sciences économiques), C (mathématiques), D (sciences physiques et naturelles), E (technique). L'élève très doué pour les Lettres, qui fréquente les sous-sections de A avec Latin et Grec, commence à faire figure d'original en voie de disparition ; la section "noble" est maintenant la section C, où les sous-

(1) Les études littéraires donnaient des points de bonification à l'entrée de certaines écoles scientifiques (Polytechnique par exemple).

(2) La décroissance du Grec est très nette. La légère remontée du Latin après 1960 (de 72 à 77%) signifie peut être que la compétition scolaire est devenue plus serrée, mais, plus probablement, elle n'est pas significative.

sections avec Latin et (ou) Grec gardent encore un prestige particulier. Il se peut que ce prestige ne soit que temporaire car, depuis 1969, on ne commence le Latin qu'en quatrième et il est possible de faire du Grec indépendamment du Latin.

Le Latin a donc perdu son rôle de facteur sélectif principal ; parallèlement au Grec il n'est plus qu'un facteur d'appoint. En vue d'une "belle carrière", il faut maintenant passer par la section C. Malgré l'existence de la section D qui a un programme scientifique substantiel (y compris en mathématiques), avoir fait C est considéré comme un atout en vue d'études médicales, biologiques, économiques ou commerciales. Les familles poussent ainsi leurs enfants vers C, tandis que les Lycées montent une garde vigilante autour du niveau de cette section, dont les élèves faibles sont précipités vers D ou vers A. C'est assez visible sur le tableau suivant, qui donne la répartition des élèves par sections dans un lycée surtout fréquenté par des fils de la bourgeoisie cultivée (Lakanal). Il est disposé de telle sorte que, dans une même colonne, il s'agit grosso modo des mêmes élèves ⁽¹⁾

	Année	Total	C	D	A	Année	Total	C	D	A
Seconde	67-68	382	304	78		68-69	359	299	60	
Première	68-69	331	131	132	68	69-70	293	138	100	55
Terminale	69-70	350	108	160	82	70-71	315	124	123	68

	Année	Total	C	D	A
Seconde	69-70	369	333	36	
Première	70-71	311	175	107	29
Terminale	71-72	302	147	105	50

Bref, le rôle sélectif est maintenant passé du Latin aux Mathématiques, devenues, comme le disait une collègue gauchiste "le flic de la sélection sociale". Je vais maintenant m'efforcer de faire apparaître les traits communs qui font du Latin et des Mathématiques des instruments adaptés à la sélection des élites. Puis, afin de comprendre pourquoi ce remplacement de l'un par l'autre a eu lieu, il faudra analyser leurs différences et les relier aux différences entre deux conceptions de la société française, celle d'hier et celle d'aujourd'hui.

(1) Bien entendu, il y a des redoublements et des élèves quittent le lycée à la fin de la seconde. Je remercie le proviseur du lycée Lakanal de m'avoir donné accès à ses archives.

II - CARACTERES SELECTIFS COMMUNS AU LATIN ET AUX MATHÉMATIQUES.

Le parallélisme entre Latin et Mathématiques est loin d'être une découverte récente car Napoléon, qui tenait beaucoup à organiser sur de solides bases hiérarchiques la société bourgeoise naissante, s'était acharné à restreindre au Latin (et aux Mathématiques pour les futurs officiers et ingénieurs) l'enseignement beaucoup plus varié que la Première République avait tenté de mettre sur pied.

Absence d'utilité directe.

L'élite de la bourgeoisie d'hier était surtout formée de financiers, de commerçants, d'administrateurs (d'administrateurs industriels en particulier) et de juristes. Un naïf aurait donc pu croire que l'éducation de ces élites serait à base de droit, de finances et d'étude des règles administratives. Eh bien non, elle était à base de Latin et de Grec, langues que ces élites n'auraient jamais à utiliser dans leur vie active. L'argument de l'utilité du Latin pour l'étude du Droit Romain est spécieux : de bonnes traductions existent.

Aux connaissances juridiques, financières et administratives d'antan s'ajoutent pour l'élite bourgeoise d'aujourd'hui une connaissance plus poussée des technobureaucraties et de leurs types d'organigrammes, une familiarité avec le fonctionnement de la publicité et des media, et le vernis nécessaire pour n'être pas perdu dans une discussion technique. Or, sauf un peu de Physique et de Chimie, rien de cela n'est enseigné dans les sections "nobles" des lycées. On y enseigne surtout des Mathématiques. On ne me fera pas croire qu'elles sont indispensables pour comprendre un organigramme ; j'admets qu'il en faille un peu pour les questions financières et statistiques, mais pas une moyenne de 7h par semaine dans les trois dernières années de lycée ; quant aux Mathématiques nécessaires pour la Physique, les physiciens se sont souvent arrangés pour créer celles qu'il leur fallait et ils les enseigneraient volontiers si les mathématiciens ne défendaient pas leurs positions avec vigueur. Enseignées par leurs utilisateurs, disent ces derniers, ce ne seraient pas "de bonnes mathématiques" ; or c'est justement là de la part des mathématiciens une conception où l'idée d'utilité directe est absente.

Cependant l'on dit souvent que les mathématiques apprennent à raisonner et qu'il est important, dans la vie, de prendre des décisions rationnelles. C'est oublier que les raisonnements faits dans la vie courante font intervenir bien des processus qui sont absents du raisonnement mathématique : "s'informer, supputer, expliquer, distinguer, deviner, résumer, diagnostiquer, classer et surtout puiser dans ce magma confus mais souverain qu'est l'expérience"⁽¹⁾. Ainsi des exemples de recherches biologiques, sociologiques et surtout écologiques formeraient bien mieux

(1) Edouard Labin "Le rôle des mathématiques n'est-il pas surfait ?" (Le Monde,

à la pratique de la réflexion rationnelle que les mathématiques ; des problèmes dont la réponse n'est pas donnée et où l'on est livré à soi-même, s'approcheraient quelque peu de ce rôle formateur, mais l'esprit des programmes et leur surcharge empêchent le plus souvent qu'on en donne aux élèves⁽¹⁾.

Dans les deux cas, Latin et Mathématiques, et au niveau secondaire qui nous occupe, il faut remarquer que la sélection de l'élite est loin d'être terminée. Il pourrait donc être dangereux de trop dévoiler à des gens qui n'en feront pas partie le fonctionnement précis des rouages sociaux.

Grande utilité indirecte pour des dirigeants.

Pour ainsi dire par définition, un dirigeant est un homme qui ne "fait" pas mais qui fait faire. Ainsi le discours, oral ou écrit, dans le sens le plus large qu'on puisse donner à ce terme, joue pour lui un rôle essentiel. Il peut s'agir de donner des directives à des inférieurs, de communiquer avec des égaux ou de convaincre des supérieurs. Les connaissances qui lui sont directement utiles constituent le "message" de ce discours. Mais son "medium" est encore plus important.

Ce discours était autrefois un discours rhétorique, et il faut se souvenir que la classe de première a longtemps porté le nom de "rhétorique". Or le Latin est une source remarquable de tels discours. Il familiarise efficacement avec les fameuses figures : antithèses, apostrophes, litotes, prétéritions, pléonasmes, catachrèses, chiasmes et synecdoques. Il me semble que ni la littérature française, ni la grecque, n'ont une densité rhétorique comparable à celle de la littérature latine.

Le discours des dirigeants a maintenant changé de "medium", certains diront "de style"⁽²⁾. C'est un discours qui se veut rationnel et logique et où le langage des chiffres joue un rôle important. Il est bon d'y manier la disjonction des cas, le raisonnement par l'absurde, voire les quantificateurs "quel que soit" et "il existe"⁽³⁾. Tableaux et graphiques y prennent la place des antithèses et des pléonasmes. Or les mathématiques donnent un fort bon apprentissage de l'utilisation des liaisons logiques, des nombres et des courbes. Bien que leurs processus soient plus proches de ceux qui conduisent à des décisions rationnelles dans les situations concrètes (cf. ci-dessus), les sciences expérimentales ne rempliraient pas aussi bien ce rôle car le discours dirigeant doit avoir l'apparence d'une démonstration entièrement logique qui conduit inéluctablement à la conclusion désirée.

(1) G. Glaeser "Le rôle du problème en mathématiques" (Publications de l'IREM de Strasbourg, 1971).

(2) Il y a une grande parenté entre "Le médium est le message" de Mc Luhan et "Le style c'est l'homme" de Buffon.

(3) Il est parfois utile de savoir oublier des distinctions rigoureuses afin de pouvoir glisser de la phrase "Il n'est pas prouvé que les enzymes sont dangereux" à "Il est prouvé que les enzymes ne sont pas dangereux". Pour dévergonder un langage il est bon de le connaître.

Abstraction.

Le dirigeant, on l'a dit, ne travaille pas dans le concret. Il lui faut prouver sa supériorité sur le dirigé en montrant qu'il connaît des choses fort éloignées de la vie de tous les jours. Dans un cas, une langue que personne ne parle et un empire disparu. Dans l'autre, un langage qui, loin de décrire l'univers, est une forme générale de discours qu'utilisent de temps en temps d'autres langages (mécanique, physique, biologie,...), eux-mêmes destinés à décrire de façon fort stylisée des parties de l'univers. Ni une langue vivante, ni une science expérimentale ne marqueraient aussi bien l'éloignement entre dirigeants et dirigés.

Caractère disciplinant.

Dans une société hiérarchisée et très organisée, il n'est pas possible à un dirigeant de faire n'importe quoi. Très rares, d'ailleurs, sont ceux qui ne sont pas sous les ordres de gens encore plus haut placés ou sous le contrôle d'organismes variés. Le dirigeant doit donc savoir, non seulement commander et en imposer, mais aussi obéir et obéir de façon relativement intelligente. L'éducation doit donc le discipliner, mais il ne peut s'agir de la discipline passive qu'inculquent aux futurs dirigés la récitation par coeur des sous-préfectures ou des classifications zoologiques.

En Latin comme en Mathématiques, il s'agit bien entendu de savoir pas mal de choses par coeur : les déclinaisons, les conjugaisons, les règles de grammaire d'un côté, - La table de multiplication, des formules, des énoncés de l'autre. Mais cette discipline ne tourne pas dans le vide. Elle est même payante à l'intérieur du système. L'élève est amené à utiliser ce qu'il sait par coeur pour démêler le sens d'un texte latin ou pour résoudre un problème ; il peut en retirer une certaine satisfaction s'il le fait avec intelligence. Dans les deux cas, c'est le côté méthodique de l'intelligence qui est le plus payant.

Cependant cette porte ouverte à l'intelligence n'est qu'entre-baillée et l'on insiste bien plus sur l'exprit de méthode que sur l'originalité. L'aspect moralisateur des deux disciplines est mis en évidence : c'est assez clair pour le Latin et on lit dans les Instructions Générales du 1er octobre 1946 sur l'enseignement des mathématiques qu'il doit mettre l'élève "à même de comprendre...le rôle des valeurs spirituelles...dans tous les domaines du travail, de l'effort et de la persévérance". Elles ajoutent que le contrôle du travail doit permettre "de déceler les défaut d'esprit ou de caractère".

Le sujet traité ne doit pas non plus être trop excitant ou amusant. C'est là, je crois une des raisons ⁽¹⁾ pour lesquelles le Latin a joué et joue dans l'enseignement un rôle nettement plus important que le Grec, en dépit du fait que la France a été plus riche en hellénistes qu'en latinistes. Ses auteurs sont plus prosaïques et moins originaux ; ils parlent beaucoup plus de guerres, de lois et de "bonne conduite" que du destin de l'homme, de ses passions et de ses aventures. C'est aussi une langue fort rigide et il serait probablement très difficile d'y exprimer les pensées chères aux anarchistes ou aux hippies.

Le langage mathématique est encore mieux "vissé" que le Latin et il tend à mettre la pensée sur des rails qu'elle ne peut quitter. C'est tout à fait conscient chez certains mathématiciens : Leibniz rêve d'une "Caractéristique Universelle", un langage capable d'exprimer sans ambiguïté les pensées humaines et construit de telle sorte que "les chimères que celui même qui les avance n'entend pas ne pourraient être écrites en ces caractères" ⁽²⁾. J'ai connu des collègues qui étaient très malheureux de ce que les langages formalisés eux même permettent d'écrire des choses qui, à leurs yeux, n'ont pas de sens : par exemple $x \in x$ ou $3 = \mathbb{R}$. Les mathématiciens sont souvent fiers de ce que leur langage évolue, de ce que des mots et des notions nouvelles y sont créés chaque année ; mais c'est là une liberté étroitement surveillée.

Une raison parallèle à l'une de celles qui ont fait préférer le Latin au Grec me paraît avoir joué dans le choix des nouveaux programmes de mathématiques des lycées. Le pas y est donné à l'algèbre linéaire, une machine bien huilée et remarquablement efficace qui tourne presque toute seule et moule des théorèmes. Mais, le premier émerveillement passé, c'est plutôt ennuyeux et ne parle guère à l'imagination. L'algèbre linéaire a remplacé la vieille géométrie d'Euclide et bien des mathématiciens ont salué comme une libération le fait que les élèves allaient enfin échapper au "lit de Procuste" des méthodes d'Euclide et utiliser l'algèbre linéaire pour résoudre facilement les problèmes de géométrie. Mais est-ce réellement une libération ? Certains disent que la géométrie d'Euclide développait l'imagination et que la recherche de ses problèmes demandait de l'originalité ; remarque exacte, mais ce n'était accessible qu'à une petite minorité d'élèves et les autres séchaient quelles que fussent leur discipline et leur esprit méthodique. Tolérable lorsque les Mathématiques n'étaient exigées que de la partie

(1) Il y a des raisons "officielles" pour la primauté donnée au Latin : il est plus proche du Français, il s'écrit dans les mêmes caractères, sa grammaire est moins touffue que la grecque. Cependant même des latinistes reconnaissent que la littérature grecque est bien plus intéressante que la latine.

(2) G.W. Leibniz "Mathematische Schriften", ed. C.I. Gerhardt, Asher-Schmidt, Berlin-Hall 1849-1863, t.I, p.187. Leibniz insiste beaucoup sur le caractère mécanique des langages formalisés (cf. Bourbaki, "Théorie des Ensembles", Note Historique au chap.IV, pp. E IV.38 à E IV.40, Hermann, Paris, 1970.

scientifique de l'élite, lorsqu'on pouvait se vanter de n'y rien comprendre ("tout ça, pour moi, c'est de l'algèbre!") et lorsque le Latin était là pour brider les envolées de l'esprit, - cette situation devenait intenable à partir du moment où l'on décidait que toute l'élite devait avoir fait des mathématiques et passé les examens correspondants. Mais, si l'on quitte le terrain de la formation des élites d'une société hiérarchisée pour rechercher l'épanouissement des individus, alors il faut renvoyer dos à dos l'algèbre linéaire (mécanique et monotone) et la géométrie d'Euclide (qui demande une astuce fort spéciale et fort peu répandue) ; il est fort possible que des secteurs systématiquement négligés par l'enseignement secondaire (comme la combinatoire, la théorie des nombres ou la partie combinatoire de la topologie ⁽¹⁾) offrent des perspectives beaucoup plus intéressantes pour le développement individuel.

L'apparente objectivité de la sélection.

La société industrielle a cherché à donner au recrutement de ses élites une apparence d'objectivité au moyen des examens et des concours, et à masquer ainsi le fait que l'élite se recrute surtout par la naissance et par l'argent. Les travaux de Pierre Bourdieu et de ses collaborateurs ⁽²⁾ ont bien montré que ceux qui suivent les filières les plus prestigieuses sont surtout les fils (pas les filles!) de la classe dirigeante et comment le système de sélection scolaire et universitaire favorise en fait ces "héritiers".

Le choix du Latin, puis des Mathématiques, comme principal instrument de sélection est un remarquable raffinement du système. Donner une note à une composition de Français ou de Philosophie, et même d'Histoire ou de Biologie, ne relève pas d'un processus très objectif et l'on sait bien que les notes varient considérablement d'un correcteur à un autre. Mais, pour une version latine, les fautes possibles sont bien standardisées et il y a des barèmes précis pour les pénaliser : un barème sévère enlevait 5 points par non-sens, 3 points par contre-sens et 1 point par faux-sens ; avec un barème indulgent, c'étaient 2, 1 et $\frac{1}{2}$ points (sur 20). Dans les thèmes, on distingue les barbarismes et les solécismes, pénalisés respectivement de 3 et 2 points (barème sévère) ou de 1 et $\frac{1}{2}$ points (barème indulgent).

En Mathématiques, on a fait une question ou on ne l'a pas faite, le raisonnement est rigoureux ou présente des lacunes, le calcul est juste ou faux, la méthode suivie est directe ou pénible. Tout cela peut s'exprimer par un barème fort précis, qui est très souvent fourni aux correcteurs. Lorsqu'il y en a beaucoup (par exemple au baccalauréat ou aux concours d'entrée de certaines grandes écoles), on pousse le

(1) L'excellent petit livre "L'enfant à la découverte de l'espace" de Jean et Simone Sauvy (Casteman/poche, 1972) montre comment la topologie peut être rendue accessible aux enfants de 5 à 12 ans.

(2) P. Bourdieu et J.C. Passeron "Les héritiers" (Ed. Minuit, 1964) et "La reproduction" (Ed. Minuit, 1970). Sur les études scientifiques : Monique de Saint Martin "Les fonctions sociales de l'enseignement scientifique" (Mouton, 1971).

raffinement jusqu'à regarder un échantillon de copies avant d'établir le barème, cela afin de se rendre compte de la difficulté réelle des questions pour les candidats. Les responsables de concours importants (par exemple ceux de l'école polytechnique) étudient parfois la "sélectivité" des problèmes proposés : il faut à la fois éviter les problèmes faciles que trop de candidats feraient jusqu'au bout et ceux où presque tous seraient arrêtés dès les premières questions ; il faut aussi que la "barre", qui décide de l'admissibilité ou de l'admission, évite les zones de notes où beaucoup de copies sont accumulées.

Le public est assez rassuré par cette objectivité apparente. Il sait peut être moins que, malgré les barèmes, la psychologie du correcteur joue aussi en Latin et en Mathématiques, qu'une même copie reçoit des notes très diverses suivant la personne qui corrige. De plus, celui qui fabrique un problème ne cherche pas seulement à noter ou à classer de son mieux ; il s'adresse aussi aux collègues et cherche leur approbation pour avoir composé un "beau" problème ; d'où, souvent, un sujet choisi dans un secteur à la mode et des questions qui sont des clins d'oeils aux initiés⁽¹⁾. Au mieux la réussite dans ce genre de problèmes couronne-t-elle la conformité du candidat avec le membre typique de la communauté mathématique ; c'est un des éléments du "dignus est intrare" dans la confrérie.

III - DIFFERENCES ENTRE LATIN ET MATHÉMATIQUES. LEUR PARALLELISME AVEC DEUX CONCEPTIONS DE LA SOCIÉTÉ.

Il s'agit maintenant de comprendre pourquoi les Mathématiques se substituent au Latin. A cette substitution s'ajoute un autre phénomène, la modernisation des programmes de mathématiques, et il faudra le prendre en compte.

Le héros et la dépersonnalisation.

L'étude des textes latins fournissait des modèles humains tout à fait utiles pour la société bourgeoise traditionnelle : le soldat, l'administrateur, l'avocat, le juge, le moraliste austère. Les textes étudiés (De viris, De bello gallico, Cicéron, Tite Live, Tacite, l'Enéïde,...) étaient choisis de telle sorte qu'on y rencontre souvent ces modèles. Les philosophes comme Lucrèce et Sénèque, les poètes "légers" comme Ovide, avaient peu de place dans les programmes.

En donnant le pas aux mathématiques, la société contemporaine renonce à se donner des modèles humains descriptibles. Il est vrai que les manuels récents parlent un peu plus qu'autrefois de l'histoire des sciences, mais seuls quelques futurs

(1) En 1965, un problème de concours d'entrée aux ENS, inspiré par la théorie alors à la mode des "systèmes de racines", fut favorablement commenté dans les couloirs du Séminaire Bourbaki (réunion trisannuelle qui attire à Paris les foules mathématiciennes). L'analogie pour les textes de thèmes et de versions latines existe probablement, mais je n'en ai pas l'expérience directe.

chercheurs peuvent y trouver une inspiration ; c'est donc négligeable. Le phénomène de dépersonnalisation est profond car le dirigeant de la société industrielle contemporaine est anonyme et collectif⁽¹⁾ : chacun n'est expert que dans son domaine bien délimité et le pouvoir de la technocratie ne peut être que collectif. A la limite, le public pourrait se dire que les décisions importantes sont prises par des ordinateurs : par exemple, lorsqu'il est question du rapport du M.I.T. sur "Les limites de la croissance", on ne cite guère les noms de ceux qui l'ont écrit ou pensé (Meadows, Randers, Behrens, Forrester), mais on insiste avec révérence sur le fait que ses calculs et ses graphiques ont été faits par de puissants ordinateurs. Là où la société montre au public des noms et des têtes, c'est dans le domaine du "spectacle" : vedettes, têtes couronnées, champions sportifs, hommes politiques même. Les décisions importantes sont prises par des comités.

Diversification et spécialisation.

La diversification croissante des activités économiques appelle des élites variées, ayant chacune son domaine d'expertise (production, marketing, finances, recherche de développement,...). Sans nier la variété des textes de versions latines, il me semble clair que le problème de mathématiques est un instrument de sélection beaucoup plus souple et versatile. Certains testent surtout la mémoire - d'autres l'ordre, la méthode, la discipline dans les calculs - certains, parfois, demandent un zeste d'imagination. Par des problèmes bien choisis, chaque secteur de l'élite pourra tester les qualités qu'il exige de ses recrues.

Science en expansion, les mathématiques sont probablement plus propres que le Latin à développer l'esprit de spécialisation. La société industrielle veut en effet que chaque problème de la vie réelle soit analysé en problèmes partiels, chacun relève d'un domaine d'expertise bien défini et confié aux experts correspondants ; l'expert doit se cantonner dans son domaine et ne pas en sortir. Or les mathématiques nous apprennent à poser des hypothèses et à les conserver pendant assez longtemps. Ainsi, dans un cours de géométrie plane, si un étudiant pose des questions où la géométrie dans l'espace paraît intervenir, le professeur s'efforcera de le remettre sur les rails : "il s'agit de géométrie plane, avec tels et tels axiomes ; l'espace, je ne veux pas le savoir, on verra ça plus tard". "Mais, enfant de l'Auvergne, il me semble que vous sortez des données du problème", disait déjà le Savant Cosinus à un porteur de gare ! D'ailleurs les mathématiques modernes enseignent encore mieux que les traditionnelles à séparer les structures, à ne pas mélanger ce qui relève de l'algèbre avec ce qui relève de la topologie ou des structures d'ordre. Le bon élève finit vite par comprendre que, pour réussir, il faut savoir se mettre des lunettes ; il deviendra un bon expert.

(1) Voir, par exemple, J.K. Galbraith "Le nouvel état industriel" (Gallimard, 1968 ; surtout chap. VIII, "L'entrepreneur et la technostucture").

Démocratisation ?

On dit souvent que la sélection par les Mathématiques est plus démocratique que celle par le Latin. Les Mathématiques seraient "culture-free", c'est-à-dire que leur acquisition serait largement indépendante du milieu culturel familial. J'ai assisté à une classe où un enseignant américain au visage d'apôtre, William Jontz, réussissait à faire manier des gosses des ghettos (Noirs, Porto-Ricains, Chicacos), âgés d'environ 10 ans, les règles formelles qui gouvernent l'addition, la multiplication et l'exponentiation. Les mathématiques modernes seraient encore plus démocratiques que les autres car les parents, même s'ils sont cultivés, ne les connaissent guère ; ainsi l'aide familiale est absente ; mais n'oublions pas les leçons particulières. Plus profondément, l'accès à l'abstraction dépend grandement du milieu culturel familial. Je ne suis donc pas persuadé que les mathématiques sont beaucoup plus démocratiques que le Latin.

Toujours est-il qu'un effort a été fait par certains de ceux qui ont contribué à la réforme de leur enseignement. Le vague des fondements de la géométrie d'Euclide, la nécessité pour les élèves de deviner ce qu'il est permis d'y faire, ont été souvent invoqués pour amener à son remplacement par une géométrie plus nettement axiomatisée. Pour éviter aux candidats d'avoir à comprendre à demi mot ou de faire de graves confusions, les textes des problèmes d'examens et de concours sont devenus de plus en plus explicites (et longs) ; souvent un "chapeau" préliminaire y précise les hypothèses et les notations. De tels textes demandent plus d'attention, de patience et de docilité que d'imagination : ce sont les qualités qu'on prête aux jeunes des familles modestes (car on les attend d'eux) et l'on en déduit que c'est plus démocratique ainsi.

Mais qu'est-ce que la démocratisation ? Serait-ce un grand progrès que des filles de prolétaires remplacent les fils de bourgeois pour le calcul des trajectoires des bombes atomiques ? D'autre part, l'élite d'une société hiérarchisée n'est pas extensible⁽¹⁾. Depuis le début de la Troisième République, et même avant, il y a eu des remplacements : des jeunes gens des classes populaires qui ont accédé à l'élite ; leurs cas sont montés en épingle (Guchenno, Bachelard, Pompidou,...), mais ils sont peu nombreux et les statistiques sur le recrutement des grandes écoles montrent même que le processus est encore plus limité maintenant que sous la Troisième République⁽²⁾. En tous cas, quelle que soit la volonté de démocratisation,

(1) Le mathématicien André Weil affirmait que le nombre de ses membres est de l'ordre de la racine carrée de la population. Comme la racine carrée est une fonction qui croît lentement, une explosion démographique aurait alors peu d'effet sur l'étendue de l'élite !

(2) Voir Monique de Saint Martin, loc. cit., pp. 140-145.

il ne peut a priori porter que sur des nombres très faibles (inférieurs à celui des membres de l'élite !). Ainsi la revendication d'une large démocratisation ne peut faire allusion qu'à un tout autre processus.

Si en effet, au lieu de l'élite dirigeante, on parle des professions pour l'accès auxquelles une formation supérieure est requise, alors le nombre de leurs membres s'est incontestablement accru : techniciens supérieurs, cadres variés, enseignants, travailleurs de la publicité et des media, etc. Mais, alors que des études supérieures menaient autrefois à des professions où l'on disposait d'une certaine autonomie, elles mènent maintenant surtout aux professions du type cité, où l'on dispose de très peu d'autonomie et encore moins de pouvoir et de statut. Les Mathématiques sont, dans cette optique, sinon "le Latin du pauvre", du moins "le Latin du cadre moyen". Les professions correspondantes, elles non plus, ne sont pas indéfiniment extensibles ; cela, joint à leur caractère fort dépendant, contribue assurément au malaise des étudiants.

Stabilité et expansionnisme.

La classe dirigeante française a longtemps eu beaucoup de goût pour la stabilité. Ce point a été bien mis en évidence par Monique de Saint Martin⁽¹⁾ ; elle cite, par exemple, ces phrases qu'Eugène Schneider, le magnat de l'acier, a écrites vers 1925 : "Ce qui est essentiel, c'est avant tout la stabilité. Si nous avons à choisir entre des conditions générales extrêmement favorables mais instables, et d'autres moins brillantes, mais assurées d'une grande stabilité, nous n'hésiterions pas à choisir cette dernière formule". Or quelle meilleure incitation à la stabilité qu'une langue morte qui donne accès à une culture finie et à un édifice achevé ? Les savants ont beau faire encore des découvertes sur l'Antiquité romaine, la vision que nous en avons n'est pas fondamentalement différente de ce qu'elle était il y a un siècle. De plus les études latines fournissent le modèle d'une classe dirigeante, le patriciat romain, qui est parvenue à stabiliser pendant plusieurs siècles le monde méditerranéen.

Depuis une vingtaine d'années, l'idéologie de la stabilité a peu à peu fait place à celle de l'expansion. Cela n'a pas été sans luttes au sein de la classe dirigeante, et Monique de Saint Martin a attiré l'attention sur l'opposition de sa fractions la plus conservatrice à l'organisation, à la planification, au manage-

(¹) Loc.cit., pp. 147-166. Cette sociologue relie ce goût de la stabilité à la longue défaveur qu'ont connue les études scientifiques en France.

ment, au marketing, au design et à l'informatique⁽¹⁾. Mais je crois qu'il s'agit d'un phénomène passé et que l'idéologie expansionniste a maintenant le dessus, au moins temporairement : il suffit de regarder autour de soi les tours, les autoroutes, les nouvelles stations de vacances, les Fos sur Mer, les Dunkerques et les villes nouvelles autour de Paris. Le passage du Latin aux Mathématiques est l'aspect culturel de cette évolution.

En fait les Mathématiques donnent une idée de l'expansion des connaissances. Dès qu'il a été question d'une réforme de leur enseignement, ses partisans se sont empressés de dire au public que cette science progresse constamment, - que le nombre des pages des "Mathematical Reviews" est passé de 400 en 1940 à 766 en 1950 et à 3.302 en 1970 - et que, avec ses 4 médailles Fields et Bourbaki, la France joue un rôle important dans cette progression. Une science qui remonte à Euclide est incapable de suggérer ce progrès. Aussi s'est-on tourné vers une modernisation des programmes, donnée comme un effort pour les rapprocher de la science qui se fait.

L'attaque contre les mathématiques modernes.

La classe dirigeante tient à l'ordre, à l'autorité et à la hiérarchie. Or les mathématiques modernisées peuvent donner à ses jeunes recrues l'image d'une expansion ordonnée qui ne sort pas des rails prescrits à l'avance ; on l'a déjà vu plus haut. Mais cela n'a pas été aussitôt compris par toute l'élite, comme en témoigne la récente campagne contre la modernisation des programmes⁽²⁾. On craint que les mathématiques modernes ne soient pas assez disciplinantes et que les élèves ne sachent plus calculer. Cette crainte n'est pas fondée : l'Inspection Générale ne s'y est pas trompée et a rapidement reconnu toutes les possibilités qu'offre dans cette direction l'algèbre linéaire.

(1) Loc.cit., pp. 164-165. Il y a, entre Monique de Saint Martin et moi, une divergence sur la force de cet amour de la stabilité dans les années toute récentes. Cette divergence n'est probablement qu'apparente et tient en grande partie à ce que nous ne donnons pas le même sens au mot "stabilité" : elle parle plutôt de la stabilité dans les structures économiques et sociales, et moi de la stabilité du P.N.B. Lorsque, comme actuellement, les techniques expansionnistes de la production et de la distribution conduisent à des organisations encore plus centralisées et hiérarchisées qu'autrefois, la croissance du P.N.B. renforce les structures économiques et sociales existantes.

(2) Attaque virulente, à la fin de 1971, dans un discours de M. Chaudron, président de l'Académie des Sciences (inspiré, semble-t-il, par un article du n°618 de "Science et Vie", septembre 1971). Un mathématicien de Caen, Roger Apery, assimile cette modernisation à la drogue et à la pornographie. M. Néel, prix Nobel de Physique, se plaint de l'abstraction des mathématiques modernes. Même Jean Leray, un critique fort nuancé de la modernisation, termine son rapport à l'Académie des Sciences sur la réforme de l'enseignement secondaire des mathématiques (21 février 1972) par ces mots : "La réforme en cours met gravement en danger l'avenir économique, technique et scientifique du Pays".

L'attaque se place aussi sur le terrain des rapports entre le concret et l'abstrait, les adversaires des mathématiques modernes les trouvent trop abstraites. Or les défenseurs de la réforme ont beau jeu pour répondre que les mathématiques sont a priori abstraites, que les modernes ne le sont ni plus ni moins que les traditionnelles, et qu'elles s'appliquent au moins aussi bien aux sciences du concret (relativité, physique des particules élémentaires, chimie physique, biologie, linguistique, anthropologie). On sait aussi que les meilleurs élèves et étudiants, au sens des critères scolaires et universitaires, ont tendance à se diriger vers les disciplines les plus abstraites, mathématiques en sciences, philosophie et langues anciennes en lettres. Or ce choix ne relève nullement d'une perversion ni d'une orgueilleuse fantaisie, mais d'une vue réaliste de la société telle qu'elle est. Un travail est, répétons-le, d'autant plus apprécié par notre société, et générateur d'argent et de puissance, qu'il est plus abstrait et éloigné de la matière. L'homme haut placé s'arrange pour être protégé du contact avec le concret par son épouse, ses domestiques, son chauffeur, son jardinier et ses subordonnés. S'il est haut placé, un expert en transport étudiera des rapports et des statistiques, fera actionner l'ordinateur par d'autres... et se gardera de prendre régulièrement le métro et l'autobus. Revaloriser le concret et le contact avec la matière, - par exemple par un partage du temps de chacun entre travail manuel et travail intellectuel, - demanderait des changements tout à fait révolutionnaires et conduirait fort près d'eaux anarchistes ou maoïstes, sur lesquelles MM. Chaudron, Apéry et Néel ne naviguent probablement pas !

Une autre crainte est, du point de vue des conservateurs, un peu mieux fondée, mais elle me paraît temporaire. On craint que, poussés par la nouveauté des programmes et par le manque de traditions à leur sujet, certains professeurs ne prennent des initiatives intempestives et que la réforme ne se fasse dans le désordre. Même des libéraux ont pu redouter qu'ils comprennent mal ce qu'ils ont à enseigner et qu'ils racontent des sottises : tant à faire qu'à être dogmatique et disciplinant, mieux vaut que le contenu tienne debout. En fait la nature même des programmes, la façon très explicite dont ils ont été rédigés et les instructions (détaillées et remplies de garde-fous) de l'Inspection Générale rendront, je crois, les déraillements bien vite moins nombreux qu'avec les programmes traditionnels.

Lorsqu'elle vient des conservateurs, l'attaque contre les mathématiques modernes est donc étrange. Réaction épidermique à toute nouveauté ? Effroi que les enfants apprennent des choses que leurs parents ne connaissent pas, même ceux qui ont eu une formation scientifique s'ils sont plus que quadragénaires ?

Enfin, il ne faut pas exagérer l'ampleur de cette attaque⁽¹⁾. Elle vient surtout d'universitaires conservateurs, scientifiques d'ailleurs, comme si les littéraires s'étaient résignés à ce que les Mathématiques prennent le pas sur le Latin. Il ne semble pas que les dirigeants des entreprises "de pointe" y soient mêlés. Ils ont probablement compris que le Latin n'était plus adapté à la sélection des élites, que seules les Mathématiques pouvaient le remplacer, et que le passage de la stabilité à l'expansionnisme exigeait une modernisation des programmes.

Les dirigeants de demain.

La crise écologique dont on a récemment pris conscience laisse prévoir que la société de demain ne sera pas faite comme celle d'aujourd'hui. Les butées naturelles (jointes peut être, espérons-le, à des facteurs plus humains) amèneront probablement à cesser le pillage de la planète et l'expansion indéfinie de la production des biens. On peut donc prévoir des sociétés dont la production matérielle serait stable, mais cela ne suffit nullement à les définir. On peut imaginer et souhaiter des variantes libertaires et décentralisées, où l'homme vivrait en symbiose étroite avec la nature environnante ; sociétés sans élites, le problème de la sélection ne s'y poserait pas.

Mais on peut imaginer, ou craindre, des sociétés que certains qualifient déjà de "zégistes" ou de "zéroïstes"⁽²⁾. Par des nationalisations ou des supra-nationalisations, une telle société soustrairait le secteur des ressources et de la production des biens matériels à la concurrence capitaliste, qui n'a que trop tendance à faire croître tout ce qu'elle touche ; des technocrates "bienveillants" veilleraient à ce que le moteur ne s'emballe pas et à ce que l'économie s'engage sur les courbes préconisées dans les "scénarios stables" du type de ceux qu'on trouve dans le rapport du M.I.T. Des mesures autoritaires tenteraient de prendre soin de la surpopulation. Mais les secteurs qui ne pèsent pas ou presque pas sur les ressources seraient laissés à la concurrence et à la croissance : les services, le "spectacle", les soins, la culture. Des entreprises vendant de la main d'oeuvre (cf. Manpower), de l'information sur ordinateurs, de l'éducation (cf. Illich récupéré), des loisirs ou de la culture pourraient être très florissantes. La conversion de la bourgeoisie française à l'expansionnisme est très récente et son amour de la stabilité pourrait-il prendre le dessus ?

(1) Je ne parle pas ici des attaques plus philosophiques, comme celle de René Thom, qui rappelle à juste titre que le raisonnement formalisé n'est qu'une partie assez restreinte de la pensée humaine.

(2) Sociétés avec croissance zéro de l'économie des biens ; "zégiste" vient de l'anglais "zero growth". J'ai beaucoup utilisé ici l'article "Merci M. Mansholt" de J.P. Malrieu (Survivre et Vivre, n°12, juin 1972, pp. 24-28).

Comment cette société "zéroïste" sélectionnerait-elle ses élites ? La biologie, l'écologie, la sociologie et tout ce qui concerne les communications leur seraient directement utiles, mais (cf. § II) l'utilité directe n'a rien à voir avec cette sélection. L'analyse faite plus haut m'incline à penser qu'elle continuera à utiliser soit le Latin, soit les Mathématiques. L'accent mis sur la stabilité, - l'identification possible avec les fonctionnaires prudents, "bienveillants" et relativement permissifs de l'Empire Romain, - pourraient faire préférer le Latin. Mais la diversité des élites et leur caractère impersonnel pourraient donner le pas aux Mathématiques. De plus, en démantelant tout récemment l'enseignement du Latin, les expansionnistes ont peut être coupé les ponts. La sélection "zéroïste" par les Mathématiques n'aurait donc rien d'inconcevable, toutes les courbes ne tendent pas exponentiellement vers l'infini, certaines ont des asymptotes horizontales.

Discussion sur "Mathématiques, Latin et sélection des élites"
(9 et 16 janvier 1973)

Quelques points de la discussion.

Voici, très schématiquement, quelques remarques qui m'ont frappé. La liste n'est nullement complète et les résumés faits ici rendent mal compte de la richesse des interventions. Voir plus loin (peut-être) des textes moins squelettiques, de la main de certains intervenants.

1) Préciser le niveau de sélection étudié : second cycle secondaire et début de l'enseignement supérieur. Les futurs prolétaires ont déjà été éliminés (entrée en 6ème, orientation en fin de 3ème). On a donc étudié la sélection continue au sein de la bourgeoisie.

La sélection antérieure se fonde surtout sur le Français. Pour les élèves des CET, les maths participent à leur "décervelage".

2) La situation dans d'autres pays semble très différente. Par exemple dans les pays de l'Est, en RDA en particulier (où tous les élèves accèdent aux connaissances mathématiques). Mais il est difficile de parler de ce qu'on n'a pas vécu ou de ce dont on n'a pas été proche.

3) Les Maths enseignent le respect de ce qu'on ne comprend pas. Il y a la nouvelle rhétorique de la traduction en langage mathématique des phrases du langage courant.

4) Il y a d'autres exercices sélectifs que le Latin et les Maths. Ainsi le problème de Physique où l'on doit deviner à demi-mot ce qu'on attend de vous. Ainsi la dissertation française, avec sa rhétorique en trois points, son idéologie du "juste milieu", son apprentissage au raisonnement dans l'abstrait sans applications pratiques.

Dans ces 4 cas, les conclusions sont contenues dans la forme du langage.

5) On avait donné, lors d'une journée pédagogique de Sèvres, 150 (resp. 100) photocopies d'une même copie de BEPC à 150 (resp. 100) professeurs de Maths. (resp. de Français). Les notes de la copie de Maths (resp. Français) se sont échelonnées entre 6 et 17 (resp. 8 et 15).

6) Il faut distinguer l'ENA des grandes écoles scientifiques.

7) (Venant d'un non-mathématicien). Bien des mathématiciens ici présents semblent rejeter toute responsabilité dans la sélection.

8) Trop de dégressions écologiques dans l'exposé.

9) La complexité de la société, sa centralisation, poussent à la sélection sur critères uniquement intellectuels.

- 10) L'abstraction ne porte pas toujours sur des choses coupées de la pratique. Mais, en France, on n'apprend pas à raisonner sur des questions concrètes, ni sur des questions dont les données sont imparfaitement connues.
- 11) La disparition de la façon "religieuse" de poser les problèmes est, elle aussi, parallèle au remplacement du Latin par les Maths.
- 12) L'ensemble des "promoteurs" de la modernisation des Maths n'est nullement homogène.
- 13) L'attaque contre les Maths modernes relève d'une attitude poujadiste, dont d'autres symptômes sont apparents (cf. petits commerçants). Les conservateurs prônent le retour à la pratique, mais pas pour eux : il s'agit de renvoyer les autres à l'atelier et de restaurer les valeurs traditionnelles.
- 14) Une sélection est inévitable à court ou moyen terme, car tout le monde ne pourra pas avoir la même activité. Mais cette sélection peut être plus ou moins autoritaire. Il faut qu'elle prenne la forme d'une orientation et qu'elle aille dans le sens du meilleur développement des gens.
- 15) La démocratisation n'est pas l'ouverture de l'élite à quelques fils, ou même filles, de prolétaires. La démocratisation de l'enseignement veut dire qu'il développe au mieux les qualités de chaque élève.
- 16) L'accroissement de la place des Maths est dû à l'utilisation croissante des ordinateurs. La modernisation des programmes fournit un langage permettant de communiquer avec ceux qui travaillent avec ces ordinateurs ; ça a été souvent dit par les "promoteurs" de la réforme.

Extrait d'un texte de la cellule locale du P.C.F

Une critique de "gauche" voit dans les mathématiques un instrument de sélection remplaçant le latin et les humanités. Nous ne nions nullement qu'il existe là un problème réel, lié d'ailleurs aux problèmes de l'apprentissage du langage et des faiblesses déjà vues de l'enseignement de mathématiques. C'est un fait que la bourgeoisie veut maintenir, deux voies dans le secondaire, la voie "mathématique" (2e C) destinée à ses enfants et aux exceptions nécessaires pour justifier l'authenticité de la (très fausse) démocratisation de l'enseignement. Mais les mathématiques ne sont qu'un moyen conjecturel. Mathématiques ou autre chose, latin ou rhétorique, ce n'est pas les mathématiques en soi qu'il faut dénoncer mais l'utilisation que veut en faire la bourgeoisie comme instrument de sélection (en particulier en insistant sur des aspects de langage et en coupant les mathématiques, comme nous l'avons vu, de leur contexte expérimental).

Extrait d'une lettre de Mme D. Valentin, professeur au CES de Massy

...Le découragement de notre petite équipe devient angoissant.

Depuis plus de quatre ans, nous travaillons pour faire de la réforme quelque chose de positif sur plusieurs plans :

- une anti-sélection : nous avons comme premier but (et c'est sans doute notre tort) d'éviter la sélection dès la 6e et il nous avait semblé que les nouveaux programmes (surtout en 6e et 5e) nous permettaient d'œuvrer dans ce sens.

Nous nous sommes donc appliqué à promulguer le travail en équipe, la solidarité, la confiance mutuelle, le respect d'autrui dans la discussion, le sens critique etc... en restant nous-mêmes dans toute la mesure de nos possibilités à l'écoute de nos élèves. Ceux-ci nous encourageaient en ce sens par la joie avec laquelle ils venaient au cours, par tout le travail qu'ils fournissaient eux-mêmes (nous le reprochera-t-on longtemps ?).

Toujours pour une anti sélection, nous avons pris les 6e de transition avec nos élèves et avons constaté qu'ils étaient intéressés par les mathématiques et y réussissaient parfois aussi bien que leurs camarades des sections I et II ; nous avons "cru" à la 4e aménagée pour redonner leur chance aux élèves en difficulté et non pour les mettre sur une voie de garage etc...

- développement mathématiques :

abandonnant le cours magistral et l'enseignement trop directif qui passe au-dessus de la tête de la plus grande partie des élèves, nous avons essayé de les habituer à une recherche personnelle ouverte, à leur mesure. Nous ne pensons pas avoir négligé la rigueur indispensable en mathématiques (comme ailleurs) mais au lieu de la leur imposer, de l'extérieur, nous avons voulu qu'ils en ressentent eux-mêmes la nécessité.

Au niveau 4e et 3e, alors que les programmes énormes imposés nous semblaient incompatibles avec les finalités de l'enseignement que nous avons, nous sommes allés de compromis en compromis : laisser des enfants s'épanouir, se prendre en charge et les préparer à un examen aussi bête que le BEPC (mais utile au moins pour certains) ou à entrer en 2e.

Mais nous n'avons pas préparé "l'élite" qui devait entrer en 2e C.

Et voilà ! voilà que ce travail assidu, qui nous a demandé tant de temps (les heures de concertation de l'équipe, la préparation des fiches, leur polyco-piage, le recyclage des enseignants ou leur formation continue etc...) qui use nos forces, ce travail était une erreur...

Nos élèves entrent en classe de 2e au lycée d'Orsay pour la plupart et depuis la rentrée, ils sont accablés. Ils reviennent nous voir affolés, inquiets, déçus et presqu'amers. Car, que leur dit-on ? "Ah oui, bien sûr, pour le raisonnement, ça va, mais ce n'est pas ce qui compte !" Et qu'est-ce qui compte ? Savoir REDIGER ! Voilà, le mot est lâché. "Qu'avez-vous fait l'an dernier ?" Ah, vous avez travaillé avec des fiches ! Beau résultat ! Ah, vous avez travaillé en équipe Inutile ! Vos camarades des autres années savaient rédiger, eux etc..." et j'en passe.

A propos de "mathématiques et sélection"
(Interventions et réflexions de Daniel LAZARD)

SELECTION, ORIENTATION, DEMOCRATISATION de l'ENSEIGNEMENT

Dans toute société envisageable à court ou moyen terme, il y aura nécessairement sélection : même dans une société non hiérarchisée (utopique ou non, là n'est pas la question), les individus devront avoir un métier, c'est-à-dire une activité utile à la société, en échange de laquelle la société subvient aux besoins de l'individu. Il semble également difficilement évitable, qu'en raison d'idéologies dominantes ou de modes, certaines activités soient plus attractives que d'autres, et que la répartition des professions offertes ne coïncide pas avec la répartition des professions souhaitées. En outre certaines activités difficiles nécessitent que l'occupant du poste soit le meilleur possible.

Il y aura donc nécessairement orientation et sélection ; les deux opérations consistent à répartir les individus entre les différentes carrières et ne diffèrent que par leur forme d'action que je ne vais pas discuter ici.

La sélection, actuellement, a une résonance fort désagréable, car elle a lieu dans un contexte où il s'agit de fermer toutes les issues à la majorité des jeunes, où il s'agit de constater le handicap dû à l'inégalité des origines sociales pour perpétuer ces inégalités. Autrement dit, la sélection apparaît comme le contraire de la démocratisation de l'enseignement. Par ailleurs, une démocratisation qui se limiterait à permettre aux personnes d'origine modeste l'accès à des postes supérieurs ne serait qu'une modification de l'ensemble fini des cadres et ne résoudrait aucun problème. Une vraie démocratisation consiste à faire un enseignement qui aboutit à développer au maximum les possibilités des individus, aussi bien dans leur intérêt que dans celui de la société.

Cet épanouissement n'a de sens que s'il se poursuit après, la fin de la scolarité, notamment en utilisant les possibilités ainsi développées. Ainsi la démocratisation de l'enseignement n'est qu'une facette de la démocratisation de la société. C'est l'oubli de cette évidence qui peut faire apparaître la sélection comme le contraire de la démocratisation.

SELECTION et MATHEMATIQUES

Ainsi la sélection apparaît comme un problème secondaire devant le véritable problème qui est celui de démocratiser l'enseignement et la société. Il n'en reste pas moins qu'actuellement l'impact de la sélection sur la vie de celui qui la subit est tel que c'est une opération extrêmement désagréable aussi bien pour le sélectionné que pour le sélectionneur, et, ne serait-ce que pour cette raison, elle mérite d'être étudiée.

Pierre Samuel a parfaitement développé les raisons pour lesquelles les mathématiques constituent un excellent instrument de sélection dans la société actuelle : c'est en particulier un instrument de mesure précis que l'on peut utiliser sans savoir quelles sont les qualités réellement testées. Mais d'autres disciplines de l'enseignement secondaire ont les mêmes qualités de sélection. La physique, notamment, telle qu'elle est enseignée possède les cinq caractères communs aux maths et au latin que Samuel a relevés : elle est abstraite, comme tout l'enseignement secondaire ; pour s'en convaincre, il suffit de remarquer à quel point l'aspect expérimental est relégué à l'arrière plan, et que même les expériences sont traitées d'une manière abstraite. La sélection a autant l'apparence de l'objectivité en physique qu'en maths, justement parce que les maths sont beaucoup utilisées. On pourrait continuer de même avec les autres caractères.

MATHEMATIQUES UTILISEES PAR LES CADRES

Pour moi, la mise en avant des maths dans l'enseignement secondaire tient surtout à un autre phénomène. Avec le développement de l'usage des ordinateurs, y compris dans la gestion, les cadres, depuis les cadres moyens jusqu'aux cadres supérieurs et au dirigeants (au sens étroit du terme) sont de moins en moins confrontés à des problèmes mathématiques d'autrefois, à base d'intégrales et de physique, mais rencontrent de plus en plus des problèmes liés à la gestion, c'est-à-dire à l'usage des ordinateurs.

Il faut remarquer que la réforme de l'enseignement des maths abandonne justement les mathématiques traditionnelles, utilisables dans l'aspect technique du métier d'ingénieur (géométrie), pour en venir aux mathématiques utilisables non pour programmer mais pour communiquer avec les informaticiens : remarquer comme l'accent est mis sur l'aspect langage des maths et sur l'algèbre linéaire.

Pour se convaincre qu'il ne s'agit pas d'un hasard, il suffit de se reporter aux motivations officielles des promoteurs non mathématiciens de cette réforme. Cela apparaît encore plus clairement dans le développement de l'enseignement des mathématiques dans les facultés non scientifiques (lettres et droit notamment). Ce développement, pratiquement contemporain de la réforme dans l'enseignement secondaire, a eu pour cause une insuffisance de la formation ressentie dans leur travail par de nombreuses personnes de formation non scientifique, en particulier les chercheurs universitaires et les économistes, mais aussi les cadres de l'économie et même certains chercheurs de médecine.

MATHEMATIQUES EVEILLANTES OU CONTRAIGNANTES

C'est là que réside, à mon sens, la véritable cause de la réforme de l'enseignement des maths. Certes les mathématiciens qui l'ont mis au point invoquent plutôt la nécessité d'une modernisation afin de rendre l'enseignement plus cohérent et plus logique, et par là plus formateur, en apprenant aux enfants à mieux raisonner, plutôt que de suivre mécaniquement certaines règles. Cela ne contredit pas l'analyse précédente, mais ces intentions, extrêmement louables vont absolument à l'encontre d'un des aspects sélectifs que Samuel a relevé dans les math., leur côté disciplinant. Aussi y a-t-il eu conflit ; je pense à la levée de boucliers des réactionnaires de tous bords qui ont été jusqu'à assimiler les maths modernes à la drogue et au gauchisme. Leur indignation provient en partie de l'apparition d'un changement qui les gêne (ils ne comprennent plus les maths de leurs enfants) mais est aggravée par le fait que les metteurs en oeuvre de cette réforme insistent sur la classification des idées de base qui permet de tout expliquer aux enfants, et par là de leur apprendre à réfléchir.

Tant que la réforme n'a pas achoppé sur le programme de quatrième, l'issue de ce conflit entre mathématiques éveillantes et mathématiques où il s'agit de manier certaines règles mécaniquement, est restée incertaine. Les tenants d'un enseignement humaniste ont même paru l'emporter ; aussi, dans la foulée a-t-on beaucoup parlé d'autres réformes au moins aussi urgentes que celle des maths, notamment celle de l'enseignement du français. Maintenant, tout cela est bloqué, la réforme des mathématiques a été entièrement "récupérée" ; on enseigne des règles ; et l'aspect contraignant relevé par Samuel n'est plus celui qui est inhérent à la nature de cette discipline, mais est ressenti par les enfants comme une contrainte imposée de l'extérieur. Cette "récupération" a été grandement facilitée par la sous-qualification d'une grande partie du corps enseignant : un enseignant insuffisamment qualifié n'a d'autre ressource que de suivre à la lettre les instructions ministérielles, et de transmettre des règles dont il n'a pas compris l'origine.

J'espère avoir réussi à montrer qu'à côté de l'aspect sélectif, il y a bien d'autres raisons à la prééminence que prennent les maths dans l'enseignement secondaire. En fait, la réforme de l'enseignement des maths, dans son déroulement, est indissociable de l'état et de l'évolution de la société française en général, et des combats qui s'y déroulent. Il faudrait étudier comment la situation politique générale a influé, au jour le jour, sur la mise en oeuvre de cette réforme. Mais cela nous entrainerait trop loin.

MATHÉMATIQUES ET APPLICATIONS

(séances des 23 et 30 janvier 1974)

Quelques remarques sur les mathématiques appliquées

par Didier DACUNHA-CASTELLE

Il est intéressant dans un séminaire sur la place des mathématiques dans la société de voir comment les mathématiciens voient les mathématiques appliquées et d'essayer ensuite de dégager les domaines essentiels où interviennent les mathématiques à degrés différents. Nous ne ferons ici que des remarques extrêmement partielles.

I Ce que les mathématiciens appellent mathématiques appliquées.

Il s'agit évidemment d'une vue qui a beaucoup évolué historiquement.

a) Sur les non-mathématiciens. Les mathématiciens sont (avec certains physiciens) les seules personnes à faire une distinction entre mathématiques appliquées et mathématiques pures. Il est clair que pour les non-mathématiciens, comme pour la majorité des scientifiques des autres disciplines, cette distinction n'a pas lieu d'être. Pour le grand public, les mathématiques sont considérées comme utiles (et ce sentiment s'est accentué aujourd'hui). Deux catégories ont à l'égard des mathématiques "pures" des conceptions qui vont évoluer en sens inverse (sous une pression idéologique déterminante pour les premiers, une pratique différente pour les seconds) : ce sont les "intellectuels" des sciences humaines qui ignorant totalement les mathématiques il y a 15 ans, vont pour des raisons que nous esquisserons plus loin, peu à peu, valoriser et survaloriser les maths ; et d'autre part les ingénieurs, de formation taupinale, qui avaient il y a 15 ans un respect certain pour les mathématiques de niveau supérieur à celles de mathématiques spéciales, volontiers considérées comme utiles ou "profondes" : ce sentiment a disparu aujourd'hui.

b) Les mathématiques appliquées pour les mathématiciens d'il y a 15 ans.

Nous allons essayer de dégager quelle était la position des mathématiciens français à l'égard des mathématiques appliquées. Il est difficile de trouver un critère ou des critères pour essayer de savoir ce que les mathématiciens appelaient mathématiques appliquées. Sans goût du paradoxe on pourrait dire que le critère essentiel est l'ignorance. En effet les mathématiques de la physique ne sont presque jamais étiquetées appliquées ; elles participent le plus souvent d'une théorie mathématique élaborée, (les mathématiques s'étant en bonne partie développées au siècle précédent sous la pression des nécessités de la physique). Une bonne partie des mathématiques pures sont donc appliquées très directement à la physique. Un domaine comme la

théorie des coalitions de Von Neumann, très voisin au fond de la théorie des ensembles (ou logique) est considéré (sondage personnel) comme mathématiques appliquées (à cause du mot coalition)! Le support intuitif non algébrique et non géométrique d'une théorie est sans doute aussi un caractère de son étiquette appliquée (ex : le "raisonnement probabiliste"). Le critère ignorance rejette donc dans les mathématiques appliquées (et de fait méprisées) des domaines comme les probabilités, (que personne ne distingue des statistiques) les graphes, l'analyse numérique etc... évidemment, l'influence, très positive dans certains domaines du Bourbakisme, a eu des conséquences négatives par son sectarisme plus ou moins conscient. Je me souviens d'une réaction qui m'avait frappé par son incongruité de Dieudonné à un des (rares) séminaires Bourbaki auquel j'ai assisté, face à un exposé utilisant un peu de vocabulaire et pas mal de notions probabilistes, considérées partout ailleurs comme élémentaires. A l'Ecole Normale, centre de reproduction de l'"élite", aucune ouverture vers les mathématiques "appliquées". Il est d'ailleurs bien connu que ce sectarisme a existé à l'étranger envers d'autres domaines (pour des raisons très différentes) et en France envers certains domaines comme la logique que l'on ne saurait qualifier d'appliquée. Le développement de la logique en France est dû d'abord à la pression de ses résultats et à quelques individualités qui ont su aller à contre-courant, avec une conviction bien ancrée (et non au passage éphémère de quelques mathématiciens étrangers). Il est d'ailleurs à remarquer que 15 ans après, la théorie des ensembles n'est toujours pas enseignée (sous ses aspects élémentaires) dans bien des cas aux futurs enseignants du secondaire, notamment à Orsay (et ce n'est pas un hasard!). Les mathématiques appliquées étaient donc considérées (souvent à juste titre au niveau de l'enseignement supérieur français, mais pas ailleurs!) comme la chasse gardée des médiocres. Mais aucun effort ne m'a paru être fait par les mathématiciens d'alors pour sortir de cet état de fait.

c) Une période de transition.

On va alors assister à un changement d'attitudes, dû à plusieurs raisons. Une raison objective et universelle aujourd'hui reconnue, est le développement des ordinateurs, redonnant leurs chances à de nouveaux domaines alors bloqués. Liée à cela, l'apparition de nombreux problèmes venant d'autres domaines que la physique par exemple l'économie, (non tant la théorie économique qui a surtout donné des exercices d'Ecole type Debreu ou J. Schwartz, mais plutôt tous les problèmes d'optimisation, de graphes, de probabilités, de statistiques d'origine micro-économique ou sectorielle). Les mathématiciens vont ressentir ces phénomènes nouveaux, liés au développement des forces productrices, avec des effets amplifiés et déformés par des résonateurs idéologiques. Comme le montreront, je l'espère, des gens plus qualifiés que moi dans ce séminaire, les mathématiques (leur vocabulaire essentiellement) vont être inté-

grés par les représentants de l'idéologie du capitalisme d'Etat et de l'impérialisme américain pour donner une couverture de "rationalité" à leur système. Et à côté de besoins objectifs, la bourgeoisie (comme l'a montré Samuel dans son exposé) va être obligée de "peindre", de "vernir" ses cadres en mathématiques ; le pouvoir de faire au tableau une règle de trois, de paraître un véritable petit ordinateur humain, caractérise l'homme politique moderne, tel notre actuel ministre des finances (Ecrit au début de mai 1974). Les raisons à la fois objectives et progressistes, idéologiques et réactionnaires, vont avoir une conséquence au niveau des débouchés de l'enseignement supérieur (bien que pour l'essentiel, elles profiteront surtout aux écoles de commerce, de gestion, nouvelles pépinières du haut personnel de service).

A côté de ces phénomènes fondamentaux, une certaine prise de conscience du monde mathématique va être accélérée par la présence de quelques mathématiciens de très grande valeur qui vont marquer les connexions entre les domaines étiquetés comme appliqués et les maths pures, par exemple probabilités et théorie du potentiel. Au contraire l'absence d'une véritable politique nationale de l'informatique notamment au niveau de la recherche, n'aide pas à l'émergence de cadres scientifiques de haut niveau dans ce domaine malgré l'accroissement du nombre d'entreprises traitant des méthodes mathématiques de gestion et d'analyse.

Pendant cette époque de transition, le monde mathématique reste orienté par l'idéologie qui survalorise la "théorie" comprise en un sens étroit, par exemple la solution des grands problèmes historiques (certaines solutions obtenues pendant cette période seront d'ailleurs assez décevantes). Insistons enfin sur un point qui m'a paru toujours très étonnant. C'est le caractère appliqué que gardent certaines disciplines aux yeux de l'élite mathématique et la permanence des étiquettes. Personne ne peut raisonnablement donner un critère sérieux pour considérer la théorie des Markov, type P.A. Meyer, qui est une très belle théorie mathématique, avec un formalisme très riche, comme plus appliquée que la théorie des intégrales singulières, ou les aspects les plus théoriques des équations aux dérivées partielles. Qualifier les probabilités comme appliquées, n'est pas sérieux, puisque ici on trouvera encore comme champ d'application essentiel la physique théorique (théorie des champs et mécanique statistique). On pourrait faire bien des remarques analogues, par exemple à propos de la soi-disant analyse numérique. Cette conception "historique" et aberrante de la notion de mathématique appliquée est cependant en recul total chez les mathématiciens de moins de 30 ans, qui ont reçu une (petite part) d'enseignement mathématique dans les disciplines concernées.

d) Après mai 68.

Mai 68 va marquer pour les universitaires la nécessité absolue de faire quelque chose pour ouvrir l'Université vers des problèmes nouveaux ; mais surtout, le pouvoir

réactionnaire va passer à l'attaque frontale contre l'Université et la recherche fondamentale, asphyxie par les crédits, asphyxie par les débouchés.

La réaction du monde universitaire et des mathématiciens en particulier va être lente, souvent confuse mais finalement, je pense, assez bonne. Je vais d'abord m'arrêter un peu sur une tentative (qui paraît avoir échoué complètement) de récupération des mathématiques appliquées, d'attaque (très déguisée) contre la recherche mathématique fondamentale, à une attaque contre le formalisme, menée par un petit groupe de mathématiciens ultras, à tendances versaillaises, menant au niveau du recrutement une politique de cooptation politique, et que l'on trouve à des postes de responsabilités un peu partout. Il s'agissait pour eux de réduire la crise à l'inadéquation des enseignements universitaires aux nécessités du monde extérieur (duquel ?). Au plan universitaire, c'est une tentative faite de promouvoir artificiellement, par simple appellation, des enseignements appliqués. Aucun effet sérieux en mathématique ne paraît en avoir résulté, l'"inertie" des enseignements et l'algèbre absolue des mathématiciens en étant cause. Mais profitant de la situation extrêmement complexe existant dans l'enseignement secondaire, des difficultés de la mise en place de la réforme et pour des raisons strictement politiques, ce même groupe, entraînant quelques collègues de bonne foi, va essayer de viser à travers l'APM, à la fois la masse des enseignants, la seule association qui ait essayé (avec des erreurs mais qui n'en ferait pas dans ce domaine) de faire réfléchir sur l'enseignement des mathématiques et sur leurs applications (soit dit en passant, la débilité de la SMF face aux problèmes essentiels des mathématiques, enseignement et mathématiques appliquées a été absolue ; espérons que cela va changer). Dans l'UPUM, association des mathématiques pour "l'utile", sorte de journal "Minute" de la spécialité, on a pu voir une tentative de se servir politiquement du problème des applications des mathématiques. Malheureusement la bassesse des propos et des buts n'a rien pu apporter au débat et c'est dommage. L'opinion d'un grand nombre de collègues mathématiciens du secondaire sur les problèmes de mathématiques appliquées serait fort intéressante à connaître. Certains éléments peuvent être trouvés dans les revues de l'APM, mais je n'ai pas le temps de les détailler ici. Représentant direct de l'idéologie dominante la frange ultra de l'UPUM me paraît donc bien isolée.

Au rang des attitudes négatives face aux problèmes généraux des applications des mathématiques, citons les attitudes esthétiques et ultra-élitistes, dont le théoricien (navrant quand il prend la plume sur les mathématiques) est Dieudonné : l'exacerbation du malthusianisme et de l'élitisme (la société n'a pas besoin de mathématiciens ("à part nous qui sommes en place, sous entendu") ; "à quoi bon former des jeunes destinés au chômage , allons au devant des vœux du pouvoir, supprimons

les enseignements destinés aux futurs chercheurs et créons partout des enseignements au rabais, petits DEUG, et beaucoup de mathématiques de la gestion"). Pliant (souvent avec une très grande bonne foi et une volonté sincère d'éviter aux étudiants des catastrophes) sous la pression de l'idéologie dominante, ces secteurs rejoignent le pragmatisme vulgaire et à courte vue des tenants de la recherche appliquée rentable à court terme (ils sont rejoints en cela par mal d'ingénieurs et de scientifiques d'autres disciplines). Je passe rapidement sur ceux qui croient en la "nature" foncièrement dangereuse, pervertissante des mathématiques, ce type de raisonnement postulant une existence propre des mathématiques en dehors de leur contexte économique et social est sans importance.

L'aspect positif est que le monde des mathématiciens, universitaires, enseignants du secondaire, ingénieurs, dans sa majorité reprend conscience de l'unité des mathématiques, du caractère complètement artificiel de la coupure "pures-appliquées". Les gens ont envie d'aller vers les applications, trouvent normal de préparer un travail et de tâter de l'ordinateur si besoin est. Je vais esquisser quelques impressions très fragmentaires sur ce que sont, de fait, les applications des mathématiques, en dehors de celles universellement reconnues comme celles de la physique.

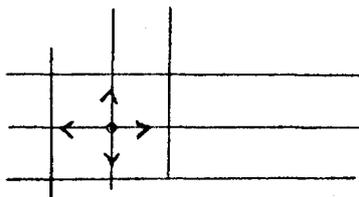
e) Mathématiques appliquées et mathématiques applicables.

Beaucoup de confusions existent donc en ce moment sur les rapports entre mathématiques et applications. Il est clair que les mathématiques ont des applications ne fût ce qu'en physique et dans de nombreux domaines technologiques (mécanique appliquée, certains domaines de la chimie etc...).

Que peut-on dire des autres domaines et la production actuelle des mathématiques encore dites pures recevra-t-elle des applications ? Une chose est certaine pour ce qui est des domaines relevant de l'optimisation et de la vie sociale : par exemple l'organisation des transports, la planification (exemple : la planification hongroise à plusieurs niveaux), c'est l'alliance de techniques mathématiques relativement simples (théorie des queues, techniques d'optimisation) et de techniques d'informatique plus ou moins complexes qui donnent des résultats qualitativement nouveaux. Ces problèmes nécessitent beaucoup de travail sur cas particuliers pour leur solution et ne débouchent pas nécessairement sur des théories très larges. La gestion automatisée relève plus de l'informatique et est essentiellement une technique mais l'informatique permet de traiter une quantité considérable des données. Détaillons ce point à titre d'exemple : de nouvelles mathématiques descriptives sont nées, qui sont à un ensemble de données ce qu'étant la géométrie descriptive à la géométrie ; analyse des données statistiques ou classification relèvent aussi de l'alliance entre des concepts mathématiques simples ou triviaux (géométrie euclidienne pour la première, distances ultramétriques pour la classification). Très

à la mode, utilisées à toutes les sauces en biologie, sociologie, économie enquêtes etc... elles sont certainement survalorisées et sont un outil pour ceux qui tendent à donner un statut scientifique à des démarches peu rigoureuses, mais malgré tout leur intérêt intrinsèque est grand comme outil de description (visuelle) de situations complexes, comme outil d'explication et de vulgarisation.

Plus importantes pour l'avenir sont les diverses procédures de contrôle, d'optimisation en liaison avec la théorie des équations aux dérivées partielles, la théorie des probabilités et les statistiques. Déjà une intervention importante des mathématiques dans les problèmes de commande, de transmission de signaux, d'organisation d'expériences scientifiques etc... existe. En retour, ces différents domaines ont beaucoup apporté aux mathématiques (par exemple dans la théorie de systèmes dynamiques). De tels aller-retour mathématiques - autres sciences ou domaines, sont à prévoir par exemple en biologie, il serait illusoire de donner un ordre de grandeur pour les délais. Il est certes à prévoir que des branches de mathématiques "pures" mourront de leur belle mort, mais d'autres branches dont on perçoit l'intérêt "en soi" peuvent très bien donner demain des applications insoupçonnées. La chose la plus utile à faire pour les mathématiciens paraît être de lier quand cela est possible dans la recherche, mais surtout dans l'enseignement, les différents aspects des mathématiques. Il faut allier deux attitudes : les mathématiques servent à trouver des bons formalismes, il faut donc apprendre aux gens à bien formaliser ce qui est formalisable et trouver de nouvelles voies de formalisation, (il faut défendre ces idées contre les obscurantistes réactionnaires et les tenants du savoir calculer); il ne faut pas mépriser ceux qui simplifient, au début de façon considérable, des problèmes concrets, venus d'horizons divers, pour essayer de les formaliser un peu, à condition que ces personnes soient conscientes de leur démarche. Il faut enfin inclure dans l'ensemble des mathématiciens tous ceux, et je pense qu'ils seront de plus en plus nombreux (éventuellement spécialistes en même temps d'une autre activité) qui travaillent à la solution, par approximations successives, de problèmes concrets et importants. La théorie mathématique est simple à définir, la pratique mathématique ne peut pas être uniforme et une attitude progressiste, face au développement des forces productives (sans pollution Séminaire Samuel) pour diminuer le travail pénible des gens, et face aussi au plaisir qu'il y a à faire des mathématiques (faisons plaisir à Dieudonné et aux esthètes) est de créer au niveau de la recherche, de l'enseignement et des applications des conditions permettant une pratique très large et différenciée de la théorie mathématique. Terminons par un exemple. Prenons un problème aussi simple que la percolation dont l'exemple élémentaire est le suivant : on a un réseau, par exemple \mathbb{Z}^2 et un point source $(0,0)$. Chaque arête a une probabilité p de laisser passer le



fluide ; si l'arrête est ouverte le fluide passe, le sommet est mouillé il devient à son tour source etc... Probabilité pour qu'il existe un

chemin infini de mouillé. Ce problème et divers problèmes plus complexes du même type sont fort utiles dans 3 domaines, propagation des cellules cancéreuses, physique du solide, chimie micromoléculaire ! Complètement bloqué mathématiquement pendant 15 ans, il a avancé par simulation (bien obligé) puis la simulation donnant des idées ainsi que d'autres résultats théoriques il y a de nouveau des progrès théoriques utilisant des techniques "pures" très diverses. C'est un exemple frappant de situation saine où la "pratique" mathématique, la simple simulation a fait progresser la théorie mathématique, le tout donnant des hypothèses intéressantes concernant des problèmes biologiques importants et sur lesquels les mathématiciens ne font que commencer à envisager de se pencher un jour...

En guise de conclusion très partielle, la survie et le développement comportent pour la société des mathématiques et requièrent de la part des mathématiciens eux-mêmes un certain nombre d'attitudes :

- Une défense claire des possibilités d'existence de la recherche mathématique fondamentale
- Regarder les applications des maths avec des yeux un peu tournés vers l'avenir
- Abandonner pour ces applications les critères "esthétiques" ou "amusants"
- Très vite, surtout pour les futurs enseignants, modifier très sérieusement le caractère des programmes pour faire plus de place aux applications.

SUR LA MODELISATION

C.P. BRUTER

Définitions. Soit $U(t)$ un domaine de \mathbb{R}^3 défini par l'application $P : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$. On suppose l'existence d'une fibre $\mathbb{R}^{n(u(t))}$ au-dessus de chaque $u(t) \in U(t)$. On définit ainsi un fibré localement trivial $F(t)$ de base $U(t)$. s_t désigne une section de ce fibré. On relève la fibration sur $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}$, et on pose $S_t(u, t) = s_t(u(t))$.

Soit $\tilde{\mathbb{R}}^3$ enfin l'ensemble des parties de \mathbb{R}^3 . On suppose l'existence d'une fonction d'énergie $E : \tilde{\mathbb{R}}^3 \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

On appelle réalité à l'instant t , $R(t)$, la donnée d'un couple : $(S_t, E(U(t)))$.

Cette réalité est un objet O pour l'observation définie par la topologie \mathcal{C} , si le diagramme suivant commute :

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R} & \xrightarrow{(H, h)} & \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R} \\ S_t \downarrow & & \downarrow S_h(t) \\ \Phi & \xrightarrow{\varphi} & \Phi_{(H, h)} \end{array}$$

où Φ (resp. $\Phi_{(H, h)}$) désigne le fibré sur $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}$, (H, h) est un homéomorphisme voisin de l'identité pour la topologie d'observation \mathcal{C} de l'espace et du temps, φ un homéomorphisme voisin de l'identité pour cette topologie, S_t est voisin de $S_h(t)$ pour \mathcal{C} . Un objet est donc une réalité structurellement stable. Deux objets reliés par le diagramme précédent sont dits de même nature, et appartiennent à la même classe d'objets.

S'il existe une projection $(\Pi, \pi) : F(t) \times \mathbb{R} \rightarrow F'(t') \times \mathbb{R}$, on dit que l'objet O' défini par cette projection, soit $(S'(t'), E'(U'(t')))$, est un modèle de l'objet O . L'objet initial O pourra encore être appelé modèle originel.

Si $R(t)$ n'est pas structurellement stable (n'est pas un objet) on dira que $R(t)$ est une réalisation d'un processus. Un processus, observé sur la période T , consiste en la donnée de $\bigcup_{t \in T} R(t)$.

La suite de cet exposé éclairera les définitions qui précèdent. Ces définitions sont parfois insuffisantes. Il convient en effet, dans les cas où T représente une période de plusieurs siècles, qui se projette sur une période beaucoup plus courte, de quelques mois ou années, de faire intervenir un temps τ fonction du temps linéaire t .

I - Propriétés générales des modèles

Avec le développement récent des mathématiques appliquées, le terme de modèle est devenu familier à l'esprit de chacun. A vrai dire, tout comme Monsieur Jourdain faisait de la prose sans le savoir, depuis notre plus tendre enfance, nous ne cessons de faire des modèles.

1.1 Un modèle d'une certaine réalité est une représentation tronquée de cette réalité. Lorsqu'on dit "un chapeau", on évoque une certaine forme, un certain matériau. On ne dit rien de précis sur la couleur, le poids, les dimensions du chapeau. Le terme de "chapeau" est un modèle de l'objet chapeau. Lorsque vous dites "Poincaré", vous évoquez la présence d'un homme ayant eu les propriétés : d'occuper un domaine spatio-temporel, d'être mathématicien, et d'écrire des textes remarquables. La projection définit la manière de tronquer la réalité.

1.2 L'avantage évident du modèle pratique sur le réel qu'il décrit, tient à une propriété de stabilité spatio-temporelle : le modèle est peu touché par déplacements dans l'espace et dans le temps. De plus il est aisément transportable ; P. Samuel ajoute qu'il est facilement reproductible. Ces propriétés n'ont rien d'absolu. L'image de télévision représentant un astronaute marchant sur la lune, est un modèle de cet astronaute et du sol lunaire ; tous ceux qui ont pu regarder cette image de télévision ont pu s'en émerveiller. Cette même image a pu être observée au même instant en de nombreux points du globe : elle a donc été peu sensible aux déplacements spatiaux, on a pu la véhiculer facilement. Conservée dans les archives, les générations futures pourront, si quelque cataclysme ne les détruit pas, regarder à nouveau cette image. Elle aura peu changée avec le temps.

Philophon a démontré la conjecture de Fermat. Philophon est un modèle écrit ou sonore de ce personnage. Ce modèle vérifie-t-il les propriétés 1.2 ?

Quelles doivent être les propriétés des projections (Π, π) pour que 1.2 soient satisfaites ?

1.3 Une autre caractéristique du modèle est son degré d'universalité, lié à l'étendue de la classe d'objets considérés. On ne fait un modèle d'un objet, d'un processus, que si cet objet, ce processus sont susceptibles d'être reproduits dans l'espace et dans le temps. On ne dit "table" ou "carré" que parce qu'il existe d'autres tables, ou parce que la forme carrée est très répandue. On ne parle de Dupont que si cette personne existe, c'est-à-dire peut être rencontrée par nous fréquemment dans l'espace et au cours du temps.

II - Qualités d'un modèle

2.1 On dira que le modèle $M(R)$ de la réalité R est plus riche que le modèle $M'(R)$ de cette même réalité, si la représentation de R associée à M est moins tronquée que la représentation de R associée à M' . La transitivité des projections exprime cette notion de richesse. Voici un exemple : le modèle "un grand chapeau" est plus riche que le modèle "un chapeau". La richesse d'un modèle est liée à l'étendue de notre perception.

2.2 La valeur du modèle est liée à la justesse de cette perception. Il s'agit de définir avec soin $n(u(t))$ ainsi que la section s_t . Quelqu'un à la vue faible pour les couleurs pourra parler d'un chapeau gris (par conséquent d'une certaine longueur d'onde λ) ; une autre personne à la vue plus perçante dira qu'il s'agit d'un chapeau marron clair.

2.3 C'est encore par l'intermédiaire de la perception, et donc de l'observation, que s'établit la puissance du modèle, qui exprime l'étendue du champ d'application du modèle. Pour établir un modèle d'un objet O , il faut extirper de l'ensemble des propriétés P_i que possède O , un certain nombre de propriétés $P_0, P'_0, P_1, \dots, P_n$ $n = n(u(t))$, qui sont vérifiées par tous les objets de même nature que O . Le modèle est d'autant plus puissant que la classe d'objets considérée est plus large. Ainsi la totalité des objets que nous pouvons observer autour de nous, occupent chacun un certain domaine U de l'espace-temps. Un modèle d'objet, puissant mais pauvre, consiste donc dans la donnée première d'un domaine U dans R .

Un modèle sera efficace s'il est à la fois suffisamment riche, de puissance convenable, de valeur honnête.

III - Construction des modèles : un exemple

3.1 Quelles sont les qualités d'esprit requises pour être à même de faire des modèles ? Toutes bien sûr, mais en particulier : des qualités mnémomiques pour garder présente à l'esprit la diversité des objets et des situations qu'on aura pu rencontrer, des qualités de sensibilité et de synthèse, pour percevoir les propriétés particulières des objets, être capable de dégager par comparaison entre elles, les propriétés fondamentales auxquelles satisfont tous les objets de la classe dont on veut faire un modèle.

3.2 On peut donc, au préalable, chercher, si elles existent, les propriétés fondamentales de tous les objets de la Nature, propriétés que l'on qualifiera d'universelles. En voici trois : i) P_0 : leur localisation spatio-temporelle, déjà

citée. ii) P'_0 : à tous ces objets, on peut associer une énergie dont la valeur présente des propriétés d'extrémalité. iii) P''_0 : tout objet possède des propriétés d'invariance par rapport à certains groupes de symétrie.

3.3 Nous allons voir sur un exemple comment utiliser la propriété ii). Des simplifications pourraient laisser croire que ce modèle n'entre pas dans le cadre général des définitions données en début d'exposé ; il n'en est rien.

Parmi tous les objets, on peut distinguer l'ensemble de ceux dont l'énergie est une fonction potentielle. L'observation (et la théorie mathématique formée ad hoc) s'accordent pour dire qu'un objet est stable lorsque le potentiel de l'objet atteint un minimum. Il s'agit là d'une propriété intrinsèque de la classe d'objets considérée.

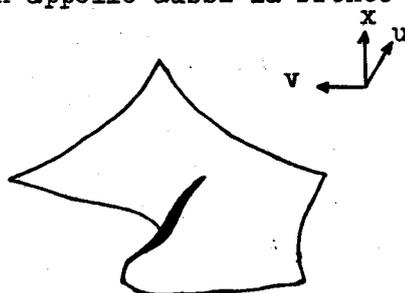
Nous avons alors toutes les données suffisantes pour faire un modèle du mouvement oscillant d'objets appartenant à cette classe. Voici, en s'inspirant des modèles de Thom, le raisonnement physique que nous proposons.

Supposons qu'un objet oscillant de cette classe ait deux positions stables. Sa fonction d'énergie possède donc deux minimums. Pour des raisons d'extrémalité, on va supposer que la fonction d'énergie associée à l'objet est la plus simple possible. Cette fonction est donc un représentant du déploiement universel

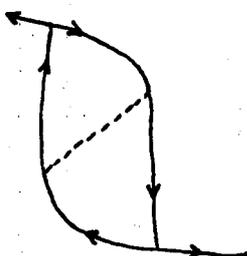
$$E(x) = \frac{x^4}{4} + u \frac{x^2}{2} + vx$$



L'ensemble des extrémums de $E(x)$ est donné par la surface de Riemann-Hugoniot $x^3 + ux + v = 0$, qu'on appelle aussi la fronce :



L'ensemble des minimums est représenté par les nappes claires de cette surface. Si pour u négatif constant, v varie périodiquement ($v = v_0 \cos \omega t$), le point représentatif du minimum absolu décrit une courbe de la forme :



Ce modèle s'applique à l'étude d'oscillations du coeur (Zeeman), de membranes, ou plus simplement d'une lame de carton : x désigne la longueur moyenne de la fibre, v la pression qu'on exerce alternativement sur chaque face de la lame de carton, u la hauteur entre les extrémités horizontales de la lame. Ce modèle se généralise immédiatement au cas où le système oscille entre n positions stables.

IV - Fonction du modèle

En agissant, dans le modèle précédent, sur les différents paramètres u , v , on rend compte de la diversité des mouvements oscillatoires de l'objet. On aperçoit ici une des fonctions essentielles des modèles : pouvoir simuler, très rapidement, les différents types de comportement que peut avoir un objet de la classe associée au modèle. En situation de lutte, et c'est notre situation constante, quel que soit le niveau interne ou externe où se place cette lutte, il est vital de savoir parer les coups, donc de simuler à l'avance les mouvements qui peuvent nous atteindre au cours de cette lutte. D'où l'intérêt des modèles efficaces. Il est trivial de remarquer que la simulation implique la prévision.

Nous allons immédiatement tirer de cette propriété fonctionnelle du modèle, un certain nombre de conséquences sur la construction et l'usage des modèles.

V - Le modèle en tant que langage

5.1 Le vocabulaire : la construction rapide du modèle s'accorde avec la loi d'économie extrême pour imposer de nouvelles contraintes à la définition d'un modèle efficace : la représentation des propriétés doit pouvoir être faite à dépense d'énergie minimale. On est amené à construire une symbolique, la plus restreinte possible.

Il s'agit là, de notre part, d'une déduction rationnelle. Mais une telle déduction n'est que la prise de conscience d'une démarche cachée de l'esprit, qui n'a cessé d'être faite au cours des générations. Et de fait, l'évolution des langues, ces premiers modèles, montre, avec l'écoulement des temps, un appauvrissement de leur vocabulaire, compensé par un assouplissement de leur grammaire qui permet des constructions plus riches. La dernière née des langues est la langue mathématique. A l'heure actuelle, de plus en plus de monde se familiarise avec le vocabulaire extrêmement pauvre des mathématiques, vocabulaire composé de ce qu'on appelle symboles. Par contre, les phrases mathématiques peuvent être très longues, et par conséquent décrire et expliquer mieux qu'on ne peut le faire avec le langage vernaculaire. Ainsi, l'élément de phrase " $x(t) = (x_i(t))$, i de 1 à 1000" n'est que l'explication du mot $x(t)$, la signification des $x_i(t)$ étant connue.

Puisque l'évolution et l'enrichissement des mathématiques s'inscrit dans le cadre d'une évolution naturelle, puisque la société a besoin d'individus capables de comprendre sinon de construire des modèles, on peut être assuré que l'enseignement des mathématiques n'est pas prêt de mourir. Et la sélection par les mathématiques ne décroîtra pas.

Mais cette sélection est trop partielle pour devoir rester la seule. Car en mathématiques, on travaille, pour la plupart du temps, sur des modèles donnés. On connaît l'attitude plutôt conservatrice de certains mathématiciens pour qui seuls les théories et les problèmes posés par nos grands anciens ont de l'intérêt. Cette position à elle seule, contraire à l'esprit scientifique, montre combien est insuffisante la formation purement mathématique de la pensée. Cette formation engendre des qualités d'habileté intellectuelle, elle les développe après que la sélection par les mathématiques les ait mis en évidence. Mais cette formation, cette sélection ne visent en rien à mettre en évidence les qualités de sensibilité qui fondent le jugement.

5.2 Le discours : venons au caractère de simulation que possède tout bon modèle. Par définition même, un modèle simule une forme, ou un processus qui peut se stabiliser en une forme. Le déroulement de cette simulation fait appel à la causalité, dont l'expression par le raisonnement fait à la fois la force et la difficulté de l'emploi des modèles mathématiques. Difficulté puisque les données de base mises à part, on ne prétend rien admettre qui ne se déduise par le raisonnement de ces données initiales. Force puisque la déduction causale, appelée démonstration, est tenue pour un absolu de justesse.

Mais il faut remarquer que cette position implique des présupposés de nature quasiment ontologique : acceptation au moins partielle de l'hypothèse réductionniste, reconnaissance de la capacité extraordinaire de la pensée à se dérouler de la même manière que les processus observés. Pourquoi une démonstration dite juste nous assure-t-elle de la valeur d'une proposition ?

Si le modèle s'apparente à la donnée d'un vocabulaire et de règles de grammaire, le déroulement du modèle est analogue au développement d'un discours. Comme dans le discours, on annonce des propriétés qu'on essaie de justifier. Bien souvent, il s'agit de propriétés physiques pressenties par la réflexion, ou simplement observées. Ces propriétés sont transcrites dans le langage symbolique du modèle. On essaie de montrer que les données de base suffisent à justifier l'existence des propriétés énoncées.

Dans d'autres cas, la réflexion ne devine pas ces observations physiques. Par contre l'étude approfondie du modèle permet parfois d'inférer des propositions que l'observation justifie. On veut alors le montrer en montrant que les données de base suffisent à justifier l'existence des propriétés énoncées.

crie au miracle. C'est évidemment le rôle du mathématicien que de chercher à mettre en évidence les propositions que recèle le modèle. Il est aidé dans cette tâche par la connaissance des modèles voisins qu'il étudie, de méthodes ou de résultats généraux sur les modèles, qui l'aident à orienter son attention sur des aspects du modèle qui auraient échappé au physicien, trop près de l'arbre parfois pour apercevoir les traits généraux de la forêt.

Voici un exemple de résultat mathématique déduit de l'observation (Hyver) : l'évolution d'un certain système chimique, dont l'analyse se fait à l'aide d'une représentation en graphe (Delattre), conduit par expérience à l'absence d'oscillations. Compte tenu des données, la linéarisation du champ de vecteurs qui dirige la cinétique chimique conduit à établir une matrice carrée A dont les coefficients vérifient $\forall i \neq j, a_{ij} \neq 0 \iff a_{ji} \neq 0, a_{ij} \geq 0$. De plus A est la matrice associée à un arbre déduit du graphe de Delattre. Puisque le système chimique n'a pas d'oscillations, proposition, les valeurs propres de A sont réelles. Ce qu'on démontre. L'étude des systèmes chimiques pose d'ailleurs de nombreux problèmes dont la solution intéresse autant le mathématicien que le biochimiste. Par exemple, trouver une caractérisation analytique des cycles limites, savoir si un système dynamique dont tous les points singuliers sont des noeuds attractants peut admettre des cycles limites.

VI - Les différentes formes de modélisation

6.1 On peut établir une classification des modèles en étudiant le nombre et le degré de généralité des propriétés qui servent de fondement à ces modèles. A un premier niveau, nous trouvons le langage vernaculaire. A un second niveau, les modèles physiques généralisés en théories mathématiques. A un troisième niveau, des modèles qui prennent comme objets des théories mathématiques : par exemple, la théorie de matroides (H. Whitney, 1935), la théorie des catégories (Eilenberg-MacLane, 1945).

A l'intérieur du second niveau, on pourrait d'ailleurs affiner la classification : par exemple l'étude du modèle arithmétique a conduit certes à la théorie des nombres, mais aussi a favorisé l'éclosion de la logique, de la théorie des ensembles, de l'algèbre, de la topologie.

6.2 La filiation entre modèles s'établit par l'intermédiaire des projections (Π, π) . Les ascendants directs du modèle M sont définis par (Π^{-1}, π^{-1}) .

Lorsque $\pi(U(t))$ conserve les propriétés de rapport métriques de $U(t)$ et n'est pas contenu dans \mathbb{R}^2 , le modèle est en général dit réduit. Mais si $\pi(U(t))$ est contenu dans \mathbb{R}^2 , mais non dans \mathbb{R} , le modèle est un dessin. Si $\pi(U(t))$ est contenu dans une variété de dimension 1, en général non connexe,

branchue et à ccins on est en présence d'un modèle écrit. Mais dans ce cas π n'est plus une projection ; le modèle que nous avons proposé dans nos définitions n'est pas assez puissant. En particulier il ne permet pas de rendre compte de ce qu'est un modèle "abstrait", dont le support spatial originel est localisé dans notre cerveau.

Nous n'essayerons pas ici de proposer une description des modèles abstraits. Il faudrait pour cela accepter quelques hypothèses difficilement vérifiables dans l'immédiat.

6.3 Toute modélisation se heurte à une difficulté de taille : supposant acquise, via des modèles, la connaissance des différentes parties d'un objet, quelles propriétés peut-on attribuer à l'objet pris dans sa globalité ?

Distinguons trois cas. Nous appellerons le premier, celui qu'on rencontre souvent en physique, le cas trivial : les propriétés du local sont les mêmes que celles du global, et celles-ci se déduisent facilement des premières. Ainsi, on caractérise des objets physiques par leur masse, leurs charges électriques, ... Supposons par exemple connues les masses locales $m(u_i)$ des $u_i : R$ est la fibre au-dessus de u_i ; $s(u_i) = m(u_i)$. La projection π envoie U sur un point p . La projection Π envoie toutes les fibres sur R ; la valeur de la section de la fibre au-dessus de p est égale à la somme des masses locales. Dans le cas trivial, la mesure d'une propriété P du global, $m(P)$, s'obtient à partir des mesures $m_i(P)$ de la même propriété du local par une opération algébrique simple.

Dans le cas normal, cette mesure $m(P)$ s'obtient encore à partir des mesures $m_i(P)$, mais par une opération complexe inconnue.

Enfin, dans d'autres cas, appelés difficiles ou catastrophiques, certaines propriétés du global, parmi les plus importantes, ne sont pas des propriétés du local.

On voit ici l'insuffisance de notre définition du modèle, qui, pour être plus réaliste, devrait faire apparaître certaines parties de U dotées de spécificités propres que n'auraient pas les éléments.

Ces difficultés de modélisation montrent la nécessité de rechercher des modèles globaux à partir desquels on pourra inférer des propriétés et des modèles locaux. Ces mêmes difficultés incitent à une réflexion plus approfondie sur les propriétés des objets, et à examiner comment prendre en compte de façon sérieuse ces propriétés. En particulier, il importe de faire l'inventaire des propriétés universelles des objets, parmi lesquelles doit figurer en bonne place la présence d'un système de régulation (voir Topologie et Perception, tome 1, page 191).

6.4 Nous n'entreprendrons pas ici d'analyser les fondements des différents types de modèles qu'on a pu inventer : modèles géométriques, modèles statistiques, modèles inspirés par la théorie des automates. Nous allons plutôt montrer le lien entre un modèle statistique et le modèle tel que nous l'avons défini.

Supposons qu'on veuille connaître le nombre de voitures qui passent au point p de l'autoroute A_1 , le mercredi, à l'heure t . Pour obtenir ce renseignement, on va compter, à l'heure t d'un nombre suffisant de mercredis, le nombre de passages de voitures pour en déduire la loi de probabilité de ce nombre de passages - on trouvera probablement une loi de Poisson.

Prenons pour $U(t)$ un parallépipède de faible largeur transverse à l'autoroute en p , pour fibré trivial $U(t) \times \mathbb{Z}$, pour section s_t la section définie par $s_t(u(t)) = n(t)$ où $n(t)$ désigne le nombre de voitures qui traversent $U(t)$ à l'instant t (le genre de $U(t)$ défini par le nombre de trous dans $U(t)$).

Nous avons défini tout processus par $\bigcup_{t \in T} R(t)$, ou encore par la donnée de $R(0)$ et d'un champ de vecteurs $X(t)$ [1], lié à l'énergie $E(t)$ de $R(t)$, qui opère d'une part sur l'anneau des entiers pour fixer la dimension de la fibre, d'autre part sur l'espace des sections. Dans le cas présent, la dimension de la fibre est constante, $X(t)$ opère seulement sur l'espace des sections. On peut transformer ce champ de vecteurs en un champ de vecteurs Y sur la fibre elle-même. L'analyse statistique permet de définir le mode d'action de Y .

Mais en aucun cas, la statistique ne permet de comprendre le pourquoi de la loi de probabilité observée.

VII - Fonction du modèle : 2

7.1 La situation précédente laisse l'esprit insatisfait. On retrouve des situations analogues en physique. Au niveau de la loi, la contrariété qu'on y rencontre est moins grande. Ainsi, on accepte davantage l'a-priori de la Nature que traduit la loi $F = k \frac{mm'}{2}$ que l'a-priori exprimé par une loi de probabilité de Halphen - qui n'a pas trouvé de justification physique. En effet, on se dit que la force d'attraction exercée par M sera d'autant plus forte que sa masse m sera plus grande, que sa distance d au but M' sera plus courte. En tenant le même raisonnement avec M' , on en déduit aussitôt la forme de la loi de Newton. Dans le cas physique, le débat se situe au niveau de l'origine, de la transmission, du pourquoi de ces forces, toutes choses que nous ignorons.

La compréhension d'un phénomène peut se faire à différents paliers : l'esprit de synthétique, celui du véritable historien, auront tendance à s'enquérir [1]. La stabilité structurelle sur les champs de vecteurs se définit par la cor-

sidération d'homéomorphismes. C'est une raison pour laquelle notre définition d'objet structurellement stable fait également appel à cette notion. On rappelle que dans 11 - la théorie du déploiement universel, la stabilité structurelle d'applications est définie en termes de difféomorphismes d'une connaissance globale du phénomène, à en dessiner les traits caractéristiques, les grandes tendances dans une perspective à long terme. L'esprit analytique, à vision plus courte, souvent celui des mathématiciens, préfèrent se limiter à une étude locale, à l'aide d'un formalisme qu'ils manipuleront dans tous les sens pour lui faire dire tout ce qu'il contient. Ces deux attitudes sont complémentaires et doivent être présentes.

Faute peut-être d'une observation suffisante, l'entendement au niveau du global ne permet encore guère d'établir des prévisions sûres. D'autant plus que notre esprit est mal adapté à percevoir le caractère aléatoire d'évènements dont la durée s'étend sur des mois, sur des années. Ces difficultés favorisent l'incompréhension entre l'esprit analytique et l'esprit synthétique, amené à construire des modèles moins quantitatifs, à proposer des analogies audacieuses. Mais l'essentiel est d'amorcer une compréhension du déroulement des processus.

7.2 Les modèles mathématiques jouent un grand rôle car ils permettent : de procéder à des classifications, de faire apparaître des aspects qui avaient d'abord échappé à l'observation, de guider celle-ci, de faire surgir les analogies cachées entre phénomènes. On trouvera des exemples d'emploi de tels modèles dans Morphogénèse et stabilité structurelle, sur la nature des mathématiques.

Les modèles conduisent, petit à petit, à mieux comprendre le monde difficile dans lequel nous vivons ; par leurs conséquences sur la formation des esprits, sur les conceptions qu'on se fait du monde, ils ont une portée considérable que nous ne pouvons mesurer. Les réflexions d'Einstein, les modèles qu'il a conçus ont sans doute contribué à porter l'humanité dans son état de civilisation actuel. Il ne s'agit pas là d'une utilité matérielle et immédiate des modèles, triviale pourrait-on dire ; cette utilité est profonde et durable.

7.3 Enfin, le modèle sert de révélateur à la réalité, par la précision sécurisante de son langage. Prenons l'exemple de la définition même de modèle que nous avons donnée. Le simple examen des différentes projections (Π, π) permet de rendre plus claires à l'esprit les différentes acceptions que l'on donne au terme de modèle. Et en éclairant la réalité, le modèle porte en lui les germes de réflexion qui démontrent ses faiblesses, et amènent le progrès dans l'observation.

VIII - Conclusion

Au cours de cet aperçu sur les aspects multiples, de la modélisation, nous avons été amené à entrevoir différentes utilités des modèles, parmi lesquelles nous retiendrons les trois suivantes : transport facile du reflet d'un monde non immédiatement perceptible, simulation rapide de l'environnement, outil qui peut guider l'observation et favoriser la compréhension.

Nous avons omis de parler du danger des modèles : amener certains à prendre le modèle pour la réalité. C'est ainsi que certains linguistes affirment la soumission de l'intellect au langage. Parce qu'un potentiel s'écrit $\frac{k}{x^2}$, on se dit que le champ physique induit par ce potentiel s'étend à l'infini. Ce danger, jusqu'à présent, a été mineur.

Ces dernières années, le rythme du développement technologique, comparé à celui des siècles précédents, a été rapide, et certains travaux théoriques ont pu trouver une application immédiate. Le calcul de Heaviside, un ingénieur physicien il est vrai, s'est vite répandu et a favorisé le développement de l'électronique. Mais c'est en physique bien sûr, le domaine scientifique le plus proche des mathématiques, que les découvertes des géomètres trouvent plus facilement une application. Par exemple, Lichnerowicz a montré que, si elles existent, les ondes gravitationnelles doivent être apparentées aux ondes électromagnétiques. Tel résultat suggère et justifie l'emploi des dispositifs expérimentaux utilisés pour la recherche de ces ondes gravitationnelles hypothétiques.

Cependant, le plus souvent, le délai entre la découverte mathématique et son usage dans la pratique est long, ce qu'on a du mal à concevoir aujourd'hui. L'expansion galopante, et récente, de nos sociétés occidentales a conduit à créer le mythe de la rapidité : si vous ne trouvez pas aujourd'hui d'utilisation pratique à la théorie que vous avez échafaudée la veille, votre théorie est déclarée dénuée de signification. Les tenants d'une telle position font preuve de légèreté. Les oeuvres de la pensée, comme toutes les constructions de la Nature, ont un rythme d'évolution qui est lent. Nul ne peut dire si une théorie qui aujourd'hui paraît insignifiante, ne peut avoir, dans un avenir lointain, habilement exploitée, des contrecoups inattendus dans les domaines les plus divers de la science et de la vie pratique. Pensons aux nombres complexes inventés au XVI^e siècle, qui trouvent, à l'heure actuelle, leur emploi pratique dans les calculs des électroniciens. Cette invention mathématique, sans laquelle notre civilisation ne connaîtrait ni la télévision ni le transistor, a donc, par l'intermédiaire de cette électronique minitieuse, des conséquences extraordinaires sur notre vie quotidienne, sur la vie militaire et celle de la cité.

Etant donnée l'importance du concept de modèle, de la signification pratique qu'on peut lui attacher, on a vu croître ces dernières années, en de grandes proportions, le nombre de personnes attachées à l'élaboration et au développement de ces modèles. Nombre de travaux qui ont été réalisés sont peut-être non-signifiants. Mais ce nombre représente le prix à payer pour qu'apparaisse, de temps en temps, une oeuvre d'intérêt affirmé, et pour transmettre la somme croissante des connaissances nécessaires à la construction de bons modèles.

Une fois ces modèles établis, on cherche à les développer. Ils contribuent alors à modifier notre manière de concevoir, et permettent d'enrichir l'observation. Les modèles alors ne paraissent plus aptes à décrire la richesse des phénomènes nouvellement dévoilés. Il y a crise, il faut repenser les modèles. Nous traversons en ce moment une période de crise. Et plutôt que sur le déroulement mécanique et astucieux des modèles, il est préférable de réfléchir à leurs fondements. C'est à cette réflexion que, de plus en plus, s'emploient aujourd'hui les chercheurs.

Peut-être seront-ils aussi touchés que nous par les présupposés philosophiques que leurs succès révèlent. En tronquant la réalité, le modéliste n'en retient que quelques propriétés. Parce que le modèle est plus pauvre que cette réalité, on se meut avec aisance dans cet univers allégé, on en pénètre avec moins de peine les secrets. Mais si ces secrets ont force de réalité, c'est bien par suite de leur imposante stabilité. On peut alors songer à établir toute une hiérarchie de propriétés ; les plus archétypes d'entre elles affirment leur primauté sur les propriétés secondes. On en déduit une méthodologie : rechercher et étudier les propriétés premières, examiner la force de leur impact sur la vie de l'objet, la façon dont elles se conjuguent pour donner à l'objet son visage particulier.

On trouvera à celui-ci des qualités de laideur ou de beauté. Le modèle qu'on en fera nous inspirera peut-être des sentiments analogues, et l'on sait combien les mathématiciens sont sensibles à l'harmonie de leurs théories, à l'élégance de la démonstration. Mais l'homme n'avait-il pas déjà reconnu le beau dans la musique soyeuse et colorée de ses modèles poétiques,

" La Nature est un temple où de vivants piliers
Laisser parfois sortir de confuses paroles ;
L'homme y passe à travers des forêts de symboles
Qui l'observent avec des regards familiers. " Ch. Baudelaire

Un exemple de Mathématiques Appliquées :
la filiation des manuscrits latins d'Aristote au Moyen-Age

Ma seule expérience des mathématiques appliquées a eu lieu dans un domaine peu classique. Deux amis philosophes voulaient connaître la filiation des manuscrits latins d'Aristote au Moyen-Age, savoir quel manuscrit avait été copié sur quel autre, - cela afin de se rendre mieux compte de ce qu'était le texte original (aujourd'hui perdu).

Je leur suggérai une idée simple : utiliser les "fautes héréditaires", celles que le copiste ne remarque pas et reporte dans le manuscrit suivant. Si l'on note $F(M)$ l'ensemble des fautes héréditaires du manuscrit M , alors :

M a été copié (directement ou indirectement) sur $M' \implies F(M) \supset F(M')$. Pour utiliser cela, il faut faire un saut, remplacer l'implication \implies par l'équivalence \Leftrightarrow . C'est raisonnable, car il paraît très improbable qu'une relation $F(M) \supset F(M')$ soit due au hasard si ces deux ensembles sont assez grands.

Il y a alors deux problèmes à résoudre. Le problème théorique consiste à décider quelles fautes seront considérées comme "héréditaires". On s'est mis d'accord sur deux types :

- les violations, par inadvertance, de règles subtiles de grammaire ou d'orthographe (règles que le copiste suivant risque fort de ne pas connaître, de sorte qu'il ne corrigera pas la faute)

- les phrases trafiquées pour raison d'idéologie chrétienne. Etant donné le respect des copistes médiévaux pour la chose écrite, on a décidé de ne pas limiter trop strictement la liste des fautes considérées comme héréditaires.

Le problème pratique consiste à dénicher de telles fautes dans les manuscrits. Pour cela, il n'était pas nécessaire, heureusement, de lire tous les manuscrits existants. Il y a, en effet, des éditions critiques qui signalent en notes toutes les variantes existant dans les manuscrits. Dans les cas de divergence, l'auteur de l'édition critique explique quelle version lui paraît la meilleure, ou, au cas où aucune ne lui paraît bonne, il fait une "conjecture" sur ce qu'aurait pu être, à son avis, la phrase du texte original (perdu) ; étant d'une famille de philologues, c'est de ce genre de "conjectures" dont j'ai d'abord entendu parler. Ces choix et ces conjectures sont d'ailleurs grandement éclairés si la filiation des manuscrits est connue.

NB. On peut voir le texte original inconnu comme une sorte de limite inductive des manuscrits pour la relation de copie !

Pratiquement, une centaine de fautes héréditaires ont été repérées par mes amis philosophes. Les relations d'inclusions $F(M') \subset F(M)$ étaient très nettes, à l'exception du comportement de la faute numérotée 64 : en se fondant sur la filiation déduite des autres fautes, elle aurait dû se trouver dans un certain manuscrit, mais elle ne semblait pas y apparaître. Quelqu'un est alors allé examiner ce manuscrit lui-même : la faute 64 y était à l'origine, mais avait été corrigée plus tard (correction "supra lineam", au-dessus de la ligne, en jargon de spécialistes) ! Donc grande victoire pour la méthode : on se sentait comme des Le Verriers au petit-pied !

Quelles remarques peut-on faire ?

- D'abord les mathématiques sous-jacentes à la méthode étaient très simples et élémentaires. Ce travail n'a provoqué la démonstration d'aucun théorème nouveau.
- La mathématisation a porté sur les éléments de la situation qui étaient les plus mécaniques et les plus "neutres". Pouvait-elle porter sur autre chose ?

Pierre Samuel

Les mathématiciens et la mécanique

La mécanique a longtemps été l'exemple type des mathématiques appliquées. Elle s'est vite subdivisée en une "mécanique rationnelle", qui a été axiomatisée, et une "mécanique appliquée", restée plus loin des préoccupations des mathématiciens. Jusqu'en 1958, le certificat de "Mécanique Rationnelle" était obligatoire dans la licence de Maths (les autres étant "Calcul Différentiel et Intégral" et "Physique Générale"). Peu nombreux en France, les mécaniciens laissaient des mathématiciens occuper une partie des chaires de Mécanique Rationnelle ; plus précisément les mécaniciens "rationnels", soucieux de leur standing mathématique, s'alliaient souvent aux mathématiciens purs pour barrer la route de ces chaires aux mécaniciens "appliqués" (à qui on laissait quelques miettes : des postes bien délimités). Les mécaniciens "rationnels" de bon standing, - comme J. Perès et P. Germain, - étaient fort bien considérés par la communauté mathématique.

Mais peut-être était-ce la sympathie pour une espèce en voie de disparition ? Car la mécanique disparaît de la licence de Maths, modèle 1958, est absente des plus récentes Maîtrises (sauf au titre d'une Maîtrise spécialisée), et ne subsiste à l'Agrégation qu'à titre d'option (moins populaire d'ailleurs que l'Analyse Numérique et surtout les Probas.)

Pierre Samuel

FEMMES ET MATHÉMATIQUES
(séances des 6 et 20 février 1974)

quelques nombres et pourcentages
(par Micheline VIGUE)

Dans cet exposé, je vais essayer d'étudier la répartition des hommes et des femmes dans les différents niveaux des études mathématiques. Il faudra ensuite expliquer pourquoi un si petit nombre de femmes accèdent aux carrières les plus prestigieuses en math. Je vais vous présenter beaucoup de chiffres, peut être un peu trop à votre goût, mais il est plus facile d'échanger des idées lorsqu'on part de données précises.

1) Des études ont été faites aux Etats-Unis montrant que chez les jeunes enfants, il n'y a aucune différence de capacité intellectuelle, et même les petites filles apprennent à lire et à compter plus jeunes ; elles savent mieux résoudre les problèmes concrets qui leur sont posés à l'Ecole élémentaire. Par contre, au lycée, les garçons semblent prendre la tête quand il s'agit de résoudre des problèmes abstraits et formalisés.

2) Au niveau de l'Entrée en Faculté, déjà la différence est notable. Voilà un tableau donnant la répartition en France il y a quelques années.

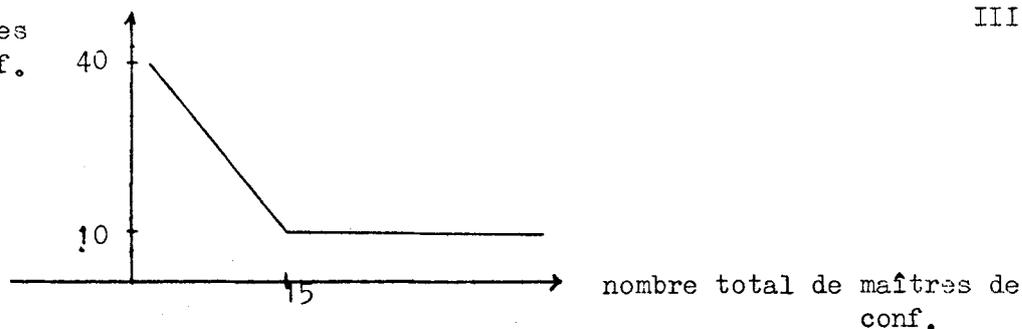
	Cl. prépa.	1e cycle	2e cycle
garçons	87,4	65	64,4
filles	12,6	35	35,6

Aux Etats-Unis, en 1920 on trouvait 47% de femmes chez les étudiants et 15% de femmes ayant un Ph.D. Actuellement les chiffres sont les suivants : 37% de femmes au niveau du Bac, 26% ont une maîtrise et 6 passent un Ph.D.

Je crois qu'en URSS, près de la moitié des Etudiants sont des femmes.

J'ai fait une étude assez précise sur le pourcentage de femmes maîtres de conférences, maîtres assistantes, assistantes, chercheurs dans les différentes universités françaises. Je ne vous donnerai pas tous les chiffres. On peut diviser arbitrairement les facultés en deux groupes : les petites ayant moins de 15 maîtres de conférences et professeurs et les grandes en ayant plus de 15. Sur 10 grandes facultés, 4 n'ont aucune femme maître de conférence. Pour les petites facultés, le pourcentage de femmes décroît à peu près linéairement quand la taille de la faculté augmente. Pour les grandes, le pourcentage fluctue autour d'une valeur moyenne de 10% .

% de femmes
maîtres de conf.
ou prof.



Il est à noter que, sauf à Lille, le nombre de femmes maîtres de conférences est inférieur à 4.

	Professeurs Maîtres de conf	M.A	A	Chercheurs
% de femmes	12	28	26	18

Une étude de ce genre a été faite aux Etats-Unis sur 20 Universités "de pointe". Les chiffres sont les suivants :

	Full professor	Associate Prof.	Assistant Prof.	Instructors et Lecturers
% de femmes	0,5	4	1	7

Voici les pourcentages dans différents pays :

	Allemagne	Angleterre	Australie	Israel	Japon	Suède
Prof de faculté	6	10	17,9	23,4	11	11
Prof du Second	26,8	44	56,7	40,8	23	43

3) Encore quelques chiffres. Il s'agit de la répartition entre les deux sexes dans les inscriptions sur les listes d'aptitudes en janvier 73

	LAFMC	LAES	LAFMA	
17e sect.	Nombre total	21	13	53
	Nombre femmes	2	2	8
18e sect.	Nombre total	14	8	39
	Nombre femmes	0	0	6

Regardons aussi le tableau donnant l'état des thèses soutenues à Paris.

Année	64-65	65-66	66-67	67-68	68-69	69-70	70-71
% femmes	21	7	9	18	13	25	7

On peut remarquer que la situation ne s'améliore pas avec les années, au contraire!

Comparons ce tableau à celui donnant l'état des doctorats en Math. à Berkeley.

Année	20-29	30-39	40-49	50-59	60-68
% femmes	10	11	11	5	6

Quelles conclusions tirer de ces statistiques ?

La situation pour la femme semble s'aggraver avec le temps et avec l'importance de la Faculté. Il est clair que la femme a d'autant plus de difficultés à s'imposer que :

- (1) la concurrence est plus serrée.
- (2) le poste est plus prestigieux.

Ceci apparaît aussi lorsqu'on regarde les postes que les Sévriennes occupent à la sortie de l'Ecole : dans les années 62 à 66, époque où les postes dans le Supérieur se trouvaient facilement, 20% partaient dans le Secondaire, 57% comme Assistantes, 8% au CNRS. En 1971, on en trouve 57% dans le Secondaire, 30% Assistantes et 13% au CNRS. En 1972, 75% sont partis dans le Secondaire, 13% sont Assistantes et 12% au CNRS. Je précise qu'à la même époque, presque tous les élèves de la rue d'Ulm ont trouvé un poste dans le Supérieur.

Je terminerai sur une note optimiste : il semble que les Françaises soient privilégiées par rapport à leurs compagnes américaines, allemandes... Peut-être est-ce dû au fait qu'elles se retrouvent entre filles dans les ENS, et qu'elles peuvent mieux y réussir sans se sentir complexées.

HISTOIRE DE QUELQUES MATHÉMATIENNES

par Marie Claude HEYDEMANN

S'il y a encore assez peu de femmes mathématiciennes comme le démontrent les statistiques données par M. Vigué, il y en eu encore moins dans le passé, alors que des obstacles matériels et psychologiques se dressaient en plus grand nombre entre les femmes et les études scientifiques. Nous allons rapidement évoquer les plus célèbres mathématiciennes des siècles passés, j'entends par là, celles que l'on cite le plus fréquemment en histoire des mathématiques. Leur nombre n'excède pas sept, et leurs vies furent apparemment très différentes, très influencées par leur époque, mais comme le remarque la psychologue Ravenna Helson dans une étude sur la créativité des femmes en mathématiques, leurs personnalités sont souvent proches de celles de mathématiciennes contemporaines.

La première mathématicienne célèbre est Hypathie, née en 370 à Alexandrie, connue autant pour ses qualités intellectuelles, sa beauté et ses dons d'orateur, que pour avoir fini tragiquement, assassinée par des chrétiens, lors d'une émeute en 415.

Comme beaucoup de mathématiciennes, elle naquit dans un milieu propre à lui donner une brillante éducation. Son père, Théon, enseignant les mathématiques au Museum d'Alexandrie, où elle-même donnera des cours de mathématiques, d'astronomie, et de philosophie néo-platonicienne qui attireront des étudiants de fort loin. Elle semble avoir mené une vie exemplaire, gardant une position très seraine au milieu des querelles doctrinales qui opposaient les chrétiens aux derniers fidèles du paganisme. Mais il nous reste peu de témoignages sur sa vie, et encore moins sur son oeuvre, à part des lettres que lui adressa Synésius, un de ses anciens disciples, devenu évêque de Ptolemais en 410. Il semble qu'elle rédigea des commentaires aux six premiers livres de l'Arithmétique de Diophante, au Traité des coniques d'Appollonius, aux Tables de Ptolémée. Son oeuvre est perdue (la bibliothèque d'Alexandrie fut détruite en 392) sauf, peut être, quelques fragments du dernier commentaire conservés sous le nom de Théon. Après une longue éclipse, on trouve dès le XVII^e siècle beaucoup de dames érudites s'adonnant aux mathématiques, bonnes élèves ou précieuses collaboratrices, mais il faut attendre le XVIII^e siècle pour trouver une oeuvre féminine de quelque importance.

La Marquise du Châtelet (1706-1749), plus célèbre pour ses démêlés amoureux et sa liaison avec Voltaire, publia en 1740 "Institutions de physique" où elle expose la métaphysique de Leibniz avant de parler de la doctrine de Newton. Plus

importante pour la diffusion de cette dernière, fut sa traduction commentée de Newton : "Principes mathématiques de philosophie naturelle", parue après sa mort. Il est difficile de savoir dans quelle mesure Clairaut l'aida dans cette entreprise, et pour certains il reste un doute sur les capacités scientifiques réelles de la Marquise.

Son goût pour le latin et les sciences exactes fut cultivé très tôt par son père, et elle reçut dès 1732 des leçons d'Algèbre de Maupertuis, Clairaut et Koenig. Exemple type de la femme du XVIIIe siècle plutôt que de la femme de sciences, elle passe pour mondaine, de relation agréable, et d'intelligence très fine.

Combien différente apparaît sa contemporaine, Maria-Gaëtane Agnési ! Née à Milan en 1718 dans une famille riche et cultivée, enfant très précoce, dès l'âge de neuf ans elle fait une publication en Latin pour soutenir que les études ne sont pas impropres à son sexe, et à treize ans, elle parle sept langues. Son père, professeur de mathématiques à l'Université de Bologne, est très fier d'elle. Il organise régulièrement chez lui des réunions de personnes cultivées et de savants de divers pays, au cours desquelles Maria fait preuve de ses connaissances et élargit sa culture en discutant, malgré tout avec une grande simplicité, avec ses hôtes, tandis qu'une de ses soeurs exerce ses talents de musicienne. A partir de vingt ans, elle se consacre uniquement à l'étude des mathématiques et à l'éducation de ses plus jeunes frères (elle eut vingt deux frères et sœurs). On raconte qu'elle avait la chance de résoudre certains problèmes au cours de crises de somnambulisme. En 1748, elle publie une oeuvre remarquable par sa clarté et sa rigueur : "Institutions analytiques". C'est dans le premier tome que se trouve l'étude de la cubique d'équation $(a^2+x^2)y = a^3$, qui, bien que discutée plus tôt par Fermat et Grandi, portera ensuite son nom. Les autres tomes traitent d'analyse infinitésimale et sont une vue d'ensemble des connaissances alors récentes en ce domaine. L'ouvrage fut considéré par l'Académie des Sciences comme "le plus complet et le mieux fait" qu'il y eut en ce genre et fut traduit en Français et en Anglais.

En 1750, le père de Maria tombant malade, le pape la nomme professeur à Bologne : première femme professeur d'Université, mais qui n'enseigna pas dit-on. A la mort de son père, deux ans plus tard, elle abandonne toute activité scientifique et toute relation mondaine, pour se retirer parmi des religieuses, et ne plus se consacrer qu'aux malades et aux pauvres jusqu'à la fin de sa vie, à l'âge de 81 ans en 1799.

Au contraire d'Agnési Mary Fairfax (1780-1872) semble avoir rencontré chez son père, amiral écossais, une certaine opposition à la voir entreprendre des études scientifiques. Après un court veuvage, elle se remaria en 1812 avec son cousin Sommerville qui l'encouragea dans la poursuite de ses travaux. Elle mena une vie familiale très paisible, "épouse dévouée et bonne mère de famille" (Mme Dubreil), consacrant une grande partie de son temps à l'étude, sans que l'âge réduise ses capacités : à quatre vingt dix ans elle étudiait "l'algèbre linéaire associative de Peirce". A Edimbourg, puis à Londres, l'élite scientifique britannique qui la surnomma "Belle de Jedburgh" (du nom de sa ville natale), se retrouvait sans son salon. Elle correspondait avec de nombreux savants, tels Laplace, Gay-Lussac, Humboldt, etc ..., et appartenait à de nombreuses sociétés savantes. Son oeuvre la plus importante est la traduction de la "Mécanique céleste" de Laplace publiée en 1831 ; en 1834 elle publia une oeuvre de synthèse sur la recherche dans les sciences physiques. Elle quitta l'Angleterre pour l'Italie (en 1838), où elle publia divers ouvrages de géographie et de physique. Son oeuvre se rattache beaucoup plus à la haute vulgarisation qu'à la recherche proprement dite. Sa contemporaine, Sophie Germain, par contre fit oeuvre plus originale bien que parfois moins rigoureuse. Elle dut elle aussi vaincre l'hostilité de son père, riche négociant en soie pour poursuivre des études mathématiques.

Née en 1776 à Paris, Sophie a treize ans lors de la prise de la Bastille, et elle passe ses journées enfermée dans la bibliothèque paternelle. Elle y découvre la légende de la mort d'Archimède, tué au cours de la prise de Syracuse parce que trop absorbé par un problème de géométrie. C'est ce qui la décide à étudier les mathématiques. Malgré l'opposition de sa famille, elle s'obstine, travaille la nuit dans son lit jusqu'à ce que son père cède enfin.

A sa création en 1794 l'Ecole Polytechnique n'envisage certes pas l'admission de femmes, mais Sophie peut s'y procurer les feuilles du cours d'analyse de Lagrange. Par peur du ridicule c'est sous le nom de M. Le Blanc qu'elle use du droit des élèves à écrire au professeur pour lui faire part de leurs remarques personnelles. Lagrange appréciant fort celles de M. Le Blanc, en voulant faire sa connaissance, découvre sa véritable identité. Dès lors commence la carrière de mathématicienne de Sophie. Elle obtient des résultats en théorie des nombres et correspond avec Gauss à ce sujet (encore une fois, d'abord sous le pseudonyme de Le Blanc) puis s'intéresse aux vibrations des lames élastiques, question mise au concours par l'Académie des Sciences en 1811, et pour laquelle elle obtiendra un prix en 1816. On lui doit la notion de courbure moyenne des surfaces, mais également des études en chimie, physique, géographie, histoire et philosophie de sorte qu'elle est autant citée en histoire de la philosophie qu'en histoire des mathématiques.

"Sa valeur morale était à la hauteur de sa belle intelligence" dit Mme Dubreil, et elle fit preuve d'un grand courage pendant les deux années de souffrance qui précédèrent sa mort en 1831.

Alors que les grandes érudites (titre sous lequel elles sont classées dans "Les Femmes Célèbres") que nous venons d'étudier avaient une culture scientifique qui débordait largement le champ des mathématiques, les deux mathématiciennes qu'il nous reste à découvrir, Sophie Kovalewsky et Emmy Noether, plus spécialisées dans leur domaine ont accompli une oeuvre plus originale. Mais c'est bien leur seul point commun.

Sophie korvin-Krukovsky naît à Moscou en 1850 dans une famille noble. C'est à Polibino qu'elle passe son enfance et reçoit sa première éducation. Elle écrira plus tard que son goût pour les mathématiques eut deux origines : la première l'influence d'un oncle qui excitait son imagination et sa curiosité pour cette science, en parlant de problèmes mathématiques qu'il rencontrait au cours de ses lectures ; la deuxième, la tapisserie d'une chambre d'enfants à Polibino, faite des feuilles d'un cours d'analyse suivi par le père de Sophie lorsqu'il était étudiant.

En 1867, Sophie va étudier le calcul à Saint-Petersbourg avec un professeur de l'Ecole Navale. Mais les Universités russes sont fermées aux femmes et elle utilise alors une ruse courante chez ses compatriotes : elle fait en 1868 un mariage fictif avec un étudiant consentant, Vladimir Kovalewsky, afin de pouvoir aller étudier dans les universités étrangères sans que ses parents puissent s'y opposer. Le couple se rend à Heidelberg, (1869-70), où Sophie suit, entre autres, des cours de mathématiques de Königsberger, élève de Weierstrass, ce qui lui donne envie de connaître Weierstrass lui-même. Dans ce but, elle se rend à Berlin, mais l'université n'accepte pas les femmes, et finalement Weierstrass lui donnera des cours privés. Pendant 4 ans, elle travaille sans répit sous sa direction et devient son élève favorite. En 1874, l'Université de Göttingen lui délivre un doctorat pour sa thèse : "sur la théorie des équations aux différences partielles". Très fatiguée physiquement, au point de n'avoir plus de goût pour la recherche, elle rentre chez ses parents en Russie. Peu après, son père meurt et Sophie s'installe avec son mari à Saint Petersburg. Elle ne pense plus alors qu'à se distraire et mener une vie légère, abandonnant les mathématiques, ne répondant même plus aux lettres de Weierstrass. En 1878, elle met au monde une fille, mais deux ans plus tard le couple est ruiné et se sépare. Sophie retourne aux mathématiques et retrouve son maître qui lui conseille de s'attaquer au problème de la propagation de la lumière dans un milieu cristallin. Elle est très

touchée quand, en 1883, elle apprend le suicide de son mari. Heureusement, quelques mois plus tard, Mittag-Leffler lui obtient un poste de professeur associé à Stockholm. Elle y sera nommée plus tard professeur à vie et y enseignera jusqu'à sa mort.

La consécration de son talent est le prix Bordin qu'elle obtient en 1888 pour son mémoire "sur la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe". Son travail fut jugé si exceptionnel que l'Académie éleva la valeur du prix de trois à cinq mille francs.

Pourtant Sophie n'est pas heureuse. Elle est écartelée entre une intelligence virile et une féminité excessive des sentiments. On la décrit comme très séduisante mais jalouse, possessive, tyrannique. Elle demande trop à ceux qui l'aiment. Elle est amoureuse d'un sociologue, "le gros M." mais aussi peu capable de vivre avec lui que sans lui. Elle meurt à 41 ans, après un refroidissement, à Stockholm.

Outre une importante oeuvre mathématique, elle laisse un livre autobiographique "Les soeurs Rajeusky" paru en 1889 et plusieurs oeuvres littéraires inachevées, car elle avait autant de goût que de dons pour écrire.

D'un talent encore plus considérable, mais d'une nature bien plus heureuse fut Emmy Noether. Elle ne se révéla qu'assez tard (38 ans) comme mathématicienne bien que son milieu l'y prédisposât. Son père, Max Noether, issu d'une riche famille juive est un mathématicien célèbre pour ses travaux sur la théorie des fonctions algébriques et Emmy naquit en 1882 dans la ville universitaire d'Erlangen où il était professeur. Elle a grandi dans une atmosphère familiale paisible avec trois frères plus jeunes qu'elle. Comme les jeunes filles de son milieu, elle apprit le piano et la danse et à 18 ans réussit les examens lui permettant d'enseigner le Français et l'Anglais dans les établissements secondaires de jeunes filles. Durant le semestre d'hiver 1900-1901, elle est une des deux auditrices que compte la Faculté d'Erlangen parmi 984 étudiants. Elle suit alors autant des cours d'histoire et de langue romane que de mathématiques et en 1903 réussit à Nuremberg l'examen de fin d'études. A partir de 1904 les femmes ont le droit de s'inscrire aux examens à Erlangen, et c'est sans doute ce qui décida Emmy à y préparer sous la direction de Gordan, ami et collègue de son père, une thèse qu'elle soutient en décembre 1907. Celle-ci, tout à fait dans l'esprit calculatoire de Gordan, ne laissait en rien présager des découvertes futures d'Emmy en algèbre abstraite.

Sous l'influence de Fischer, un des successeurs de Gordan à Erlangen, elle changea de style et en 1916 s'installa à Göttingen où Klein et Hilbert travaillaient à la théorie de la relativité. Ce dernier essaiera en vain durant la guerre d'obtenir l'habilitation d'Emmy. On raconte que, pour convaincre le conseil misogyne de l'Université de ne pas attacher d'importance au sexe de la candidate, il dit : "après tout nous sommes dans une Université, pas dans un établissement de bains". Mais ce n'est qu'en 1922 qu'Emmy obtint enfin un titre de professeur, sans aucune rétribution d'ailleurs !

A cette époque son pouvoir créateur en algèbre abstraite se révèle et ses cours attirent de nombreux étudiants. L'un d'eux, Van der Waerden, rapportera que les cours d'Emmy, très abstraits et peu pédagogiques, étaient aussi difficiles à suivre qu'enrichissants pour ceux qui y réussissaient. L'influence d'Emmy ne peut se mesurer aux nombreuses publications parues sous son nom : on la retrouve dans l'oeuvre de ses élèves tels Krull, Grell, Koethe, Deuring, Fitting, etc..., auxquels elle distribuait généreusement ses idées.

En 1933, alors que son talent est reconnu et que Göttingen lui doit d'être un centre mathématique important, les lois raciales de l'Allemagne nazie l'obligent, ainsi que d'autres scientifiques d'origine juive, à s'expatrier. Elle trouve refuge aux Etats Unis, où, rapidement, un petit cercle d'élèves de Brynn Mawr et Princeton se reforme autour d'elle. C'est en pleine maturité mathématique qu'elle meurt subitement en 1935 des suites d'une intervention chirurgicale.

Ne pouvant commenter ici son oeuvre si riche qui en fait la plus importante mathématicienne connue, mais aussi "l'algébriste abstrait le plus créatif" (E.T. Bell, historien des mathématiciens), je terminerai en parlant de sa personnalité. Il est connu qu'au contraire de Sophie Kovalewsky, Emmy était désavantagée par un physique disgracieux et que Weyl a écrit que le côté érotique ne s'était pas développé en elle. Mais si on l'appelait "der Noether", c'était plus pour rendre hommage à son autorité mathématique, que pour se moquer de son aspect rude, de sa voix forte, en bref de son manque de féminité apparente. Alexandroff a écrit : "elle aimait les gens, la science, la vie avec toute la chaleur, toute l'allégresse, tout le désintéressement et toute la délicatesse dont est capable un esprit profondément sensible, un esprit féminin".

Pour conclure, je reprendrai une réflexion de la psychologue R. Helson à ce sujet : "Il ne nous semble pas que des biographes aient jugé opportun d'évaluer le développement érotique des mathématiciens mâles célèbres... Mais si des concepts différents n'existaient pas pour évaluer les hommes et les femmes, le sujet des femmes en mathématiques serait alors tout autre".

Bibliographie

- Outre les indications trouvées dans les histoires de mathématiques (Bell, Smith, Struik, Van der Waerden...)

- des articles consacrés à plusieurs mathématiciennes :

- "Six Female Mathematicians" Julian L. Coolidge Scripta Mathematica 1951 (p. 20-31)
- "Six More Female Mathematicians" Edna Kramer Scripta Mathematica 1957 vol 23 (p. 83)
- "Les Femmes célèbres" Tome II Editions d'art Lucien Mazenod (Paris 1961)
- "Figures de mathématiciennes" Mme Dubreil Jacotin dans le livre "Les grands courants de la pensée mathématique" (Le lionnais 1962)
- "Women of Mathematics" Rora F. Iacobacci, Mathematics Teachers 1970
- "Study of a special field : Creative women in Mathematics" Ravenna Helson (cours professé à Berkeley 1966)

- des articles consacrés à :

- M. G. Agnesie : "The walking polyglot" Sister Mary Thomas a Kempis Scripta Mathematica vol 6 1939 (p. 211-217)
- "Sophie Kovalewsky" G. Mittag-Leffler Acta Mathematica vol 16 1892 93 (p. 385-392) (p. 136-149)
- "Emmy Noether" Clark Kimberling Amer. Math. Monthly vol 79 1972 (cet article contient les références de tout ce qui a été écrit sur Emmy Noether).

TEMOIGNAGE D'UNE MATHÉMATICIENNE

par Michèle VERGNE

Comme, contrairement à beaucoup d'hommes, nous n'avons pas d'idées générales sur les difficultés psychologiques "des femmes", je vais parler ici de moi ; si malséant que cela soit :

C'est malséant, car dans le milieu mathématique il règne un mythe : "les gens sont reconnus selon leur juste valeur, valeur en soi, indépendante de toute donnée sociale", et tout individu intériorise ce mythe :

Si je ne réussis pas, si j'ai des difficultés, c'est parce que je ne suis pas fort ; si je suis isolée, c'est parce que je suis timide. Si Moi, je changeais mon comportement, alors certainement les circonstances extérieures changeraient, et le jugement des autres sur moi changerait. Si je suis ratée c'est de ma faute, si je suis malheureuse, c'est de ma faute.

Et bien sûr le pendant de l'intériorisation de l'échec, c'est l'intériorisation de la réussite : "si j'ai réussi, c'est parce que je suis intelligent, c'est parce que j'étais prédestiné à réussir, et j'aurais réussi quelles que soient les circonstances".

On vit dans un monde, où tous se déclarent très bien ; bien sûr chacun avoue peut-être des difficultés passagères, surtout lorsque soi on en avoue, mais rien de grave, rien qui ne le mette fondamentalement en cause.

Et somme toute, il vaut mieux ne pas trop avouer ses difficultés, car ceux qui ont "réussi" vous considèrent comme des ratés : "si tu étais vraiment forte, tu t'en sortirais"... Mais ceci est plutôt une affirmation tautologique, une défini-tion : "on appelle forts les gens qui s'en sortent".

Je voudrais parler surtout des difficultés rencontrées en tant que femme, et essayer de montrer combien les chances que je "m'en sorte" en tant que femme mathématicienne, étaient minimes et aléatoires :

Lorsque j'étais adolescente, quelles images positives de moi-même en tant que femme m'offrait la société ? Aucune, je n'étais pas tout à fait le modèle classique du beau "petit boudin" qui aurait plu. Sans problèmes : j'étais maigre, les cheveux raides, je n'avais aucune assurance par rapport à mon corps, je dansais mal ; oui, j'étais forte en classe, mais visiblement cela ne m'apportait rien de valable, du point de vue du seul succès qui comptait : plaire à un type, quelques centimètres de plus à mon tour de poitrine auraient été nettement plus prometteurs de bonheur que tous mes prix d'excellence.

On se protège toujours de l'échec par une valorisation de soi-même sur un autre plan : naturellement pour un garçon, c'eut été la réussite scolaire ; pour moi aussi, je me sentais valorisée par rapport à mes camarades, mais cela ne m'apportait aucun sentiment d'"existence". Je ne pouvais me sentir exister en tant qu'être ayant de la valeur, que si je rencontrais un homme, exceptionnel naturellement, qui me reconnaisse cette valeur.

Donc j'attendais... Je passais mon adolescence à attendre, attendre l'homme idéal, qui sûrement existait pour moi, quelque part dans le monde, qui me venait et qui me reconnaîtrait... c'eut été trop triste autrement et je rêvais... ; de quoi, je rêvais ? eh bien, donc de la seule image positive qu'on voyait des femmes dans l'histoire de la littérature, la peinture, la politique étudiée en classe... je crois que c'est de ce que j'appellerais le mythe de "La Muse"... : la femme est magnifique, elle est extraordinaire car elle est le catalyseur des activités créatrices de l'homme, elle l'aide, elle le soutient s'il est désespéré, elle le révèle à lui-même dans sa richesse... insoupçonnée, elle est heureuse de sa gloire, qui certainement ne lui manquera pas en fin de compte, après les dures épreuves où elle aura été l'inspiratrice, la collaboratrice, et la compagne fidèle et aimante, et qu'il remerciera publiquement ou pas, peu importe, puisque lire la reconnaissance dans le secret du coeur de l'aimée est déjà un bonheur ineffable.

Pour moi, ce que j'appelle le mythe de la Muse, recouvre presque toutes les activités des femmes depuis toujours et maintenant ; toutes sacrifiant leur destin à celui d'un autre, jugé en soi plus intéressant.

Aussi bien la dactylo dévouée et sans ambitions démesurées qui aide son patron, la femme d'un mathématicien qui lui apporte en hâte un cachet d'aspirine lors d'un théorème trop difficile à prouver, qui lui évite les soucis inférieurs du quotidien, la femme au foyer qui cuisine, pendant que son mari lit "le Monde" et il y a dans toutes ces activités, une séduction dangereuse et certaine, que j'ai éprouvée et que j'éprouve encore : "vouloir être la source du bonheur de quelqu'un". La femme au foyer réconfortante, la maîtresse inspiratrice, ou l'étudiante pleine d'une admiration amoureuse, c'est la même femme, exploitée de manière "sentimentale".

Donc à 19 ans, alors que je rentrais à l'école normale supérieure de Jeunes Filles, j'ai rencontré celui dont j'espérais être la muse, et j'avais eu beaucoup de chances : il était assistant de cinéma et écrivait... Je pouvais donc espérer, le faite de la condition féminine : "Inspirer un grand amour à un poète".

Non seulement, ce mythe de la muse est aliénant par rapport à soi-même, dévalorisant ; mais encore la recherche avec romantisme ou cynisme de la valorisation avec romantisme ou cynisme de la valorisation à travers l'homme qu'on possède, écarte les femmes les unes des autres : on noue entre nous des amitiés de connivence, mais aucun échange valorisant n'a lieu. La recherche de l'homme est une activité qui nous met toute entière en cause, et c'est une activité solitaire ; si une fille considère qu'elle a trouvé l'homme idéal par lequel elle pourra se valoriser, alors effectivement toutes les autres filles sont des ennemies, car si elle le perd, elle perd tout d'elle-même. Et en attendant, rien n'a d'importance, rien ne nous permet de véritables relations avec la réalité sociale et avec nous-mêmes.

Ce type était un type intéressant... il était espagnol, un peu trotskyste, habitait Madrid,... je faisais des petits trucs politiques, et je côtoyais comme filles des muses de militants politiques, et cela, c'était bien avant 68, et cela aussi c'était très beau, très exceptionnel, très exaltant comme destin. Bref, je me croyais réellement dans un monde très intéressant, alors que je n'y participais qu'au travers d'un autre... et donc j'ai passé mes trois années à l'École de Jeunes Filles méprisant mes camarades, qui, je le pensais, ne s'étaient sûrement pas trouvées des chantres aussi valorisants : la perspective de celle d'un élève de Normale Sup, c'était bien terne, à côté de celle d'un militant espagnol qui allait sûrement crouler sous les balles,... ou celle plus paisible d'un assistant de cinéma qui allait sûrement devenir célèbre grâce à mon aide dévouée.

Mais la réalité se passait très mal,... entre deux crises, dans l'attente éperdue de lettres, je travaillais... mais j'étais incapable de nouer des relations réelles avec moi-même et avec les autres... A l'école normale de filles, il n'y avait aucune solidarité, aucun échange intellectuel valorisant entre les filles,... à part quelques discussions sur des points de détail de cours qu'on suivait, on ne se parlait jamais de Maths. A quoi bon ? Si on avait quelque chose d'intéressant à dire, il fallait le réserver pour "le" type puisque lui seul en échange pouvait apporter la reconnaissance,... et moi, comme je ne connaissais aucun type qui faisait des mathématiques,... puisque j'étais toute entière, fidèle et aimante, tournée vers Madrid, je ne parlais à personne. A un moment, j'ai voulu partir pour Madrid, je m'étais renseignée sur le lycée Français où peut-être j'aurais pu être professeur, j'aurais voulu me marier avec lui, et mes amies m'y encourageaient et j'aurais voulu avoir rapidement quelques enfants de cet être si unique et si exceptionnel, par qui passait à l'époque toute ma valorisation... Mais, bien contre ma volonté, ces beaux projets ne se réalisèrent pas..., car cette belle et malheureuse histoire d'amour s'est brisée, et moi-même par la même

occasion ; car si je n'avais pas été capable de garder ce type intéressant. c'était parce que moi-même je n'étais pas intéressante. Et j'ai commencé alors une période d'auto-dépréciation tout aussi fausse que la précédente.

J'étais élève en 3e cycle avec Chevalley, qui n'avait aucune idée de l'isolement psychologique dans lequel j'étais, en tant que femme. C'était la période d'initiation guerrière que subissent à peu près tous les jeunes chercheurs, le doute sur soi-même, les épreuves qu'il faut surmonter par soi seul. Je cite Colette Audry qui parle des difficultés que rencontrent les jeunes écrivains, et ce qu'elle dit explique ce que je ressentais dans cette période : bien entendu je ne me l'expliquais pas du tout comme cela à l'époque "mais ces discutailles intérieures stérilisantes, cette mise en cause de soi en tant qu'individu créateur sont tout ce que l'écrivain aura à connaître pourvu qu'il soit né du sexe masculin ; quand l'écrivain est une femme s'y ajoute, de surcroît la mise en cause massive de la catégorie à laquelle elle appartient en tant que catégorie capable de création. La simple mise en cause de l'individu débouche sur sa mise à l'épreuve : rien n'est joué d'avance, il faut courir le risque. Tandis que la mise en cause de la catégorie bouche les issues, en ce qu'elle fait intervenir la prédestination. Tout est joué d'avance : "le jeu n'en vaut pas la chandelle". Je ne parlais à personne : j'avais été très bavarde dans toutes mes classes de filles, mais d'un coup en sortant du baccalauréat, je me découvrais tragiquement coupée de la parole : j'avais peur de parler. Maintenant encore, avant de prendre la parole en public au cours d'un séminaire, j'ai quelques instants de panique. Lorsque j'étais à la bibliothèque en train de travailler, si un type s'approchait de moi, c'était horrible, je cachais précipitamment mes feuilles pour ne pas qu'il puisse voir ce que j'avais écrit (et en fait je suis toujours comme cela). Si je demandais une explication mathématique, ma voix tremblait de peur. Si un type me disait quelques mots mathématiques, mes oreilles se mettaient à bourdonner, et je ne comprenais rien... et j'étais incapable de répondre un mot intelligent... plus exactement, j'entendais à peine ce qu'il disait : à la place j'entendais : "aucune femme ne sera jamais un génie... Vas-y, montre m'en un... tiens par exemple, trouve la réponse à ma question mathématique,... Bof, de toute façon, on n'y peut rien, c'est biologique, c'est la nature" et moi, j'intériorisais à l'époque les stéréotypes imposés que sûrement je n'y arriverais pas, la "création" mathématique m'était impossible, comme à toutes les filles,... et j'avais commencé à suivre des cours d'Histoire des Maths, ce que mon patron considérait comme tout à fait raisonnable pour moi.

Et j'étais prête psychologiquement à l'échec, et je m'auto-dépréciais moi-même sans arrêt, attitude qui m'énerve maintenant autant chez les filles, que l'attitude aussi stéréotypée, sûre de soi des garçons.

Car, bien sûr, tous les jeunes types que je rencontrais, ... et je suivais des cours de géométrie algébrique à cette époque malheureuse, eh bien eux, ils se déclaraient très bien... cela marchait très bien... Justement : mardi dernier au thé de Bures-sur-Yvette ils avaient posé à Grothendieck une question si intéressante, et ils avaient eu avec lui une longue conversation tellement passionnante, ... etc...

Les gens intéressants pour eux, et auprès de qui se faire valoir, c'était l'élite, ceux qui avaient réussi, ou ceux dont on n'avait aucun doute sur la réussite future : le reste, les possibilités douteuses, les laissés pour compte de l'histoire, les accidentés de la route... eh bien, qu'ils crèvent !

Moi j'ai eu l'impression d'être invisible et inaudible pendant de longues années. Je n'existais pas... Je me souviens de l'épreuve des "thés des mathématiciens"... J'y allais quelquefois, ... me préparant fébrilement et je vous passe tous les détails ridicules de l'habillage et du maquillage... et puis je voyais un jeune mathématicien très à l'aise s'approcher de moi, alors j'étais prise de panique et d'un gigantesque espoir... Mais, horreur, en fait j'étais transparente... et c'était le mathématicien derrière moi vers qui il se dirigeait... et moi j'avais bredouillé un bonjour resté sans réponse, et je me retrouvais seule et je m'enfuyais.

Et effectivement, coupée de toute communication vivante et de toute culture mathématique, de relations réelles avec l'objet de mon travail..., effectivement je ne comprenais Rien, ... vraiment à m'en souvenir, c'en était même étonnant, je ne comprenais Rien aux cours que je suivais... Comme en général, comme c'était la mode, les professeurs passaient très vite sur les détails fastidieux des démonstrations et que moi, je ne voyais pas à quels objets connus, classiques, elles renvoyaient, je ne pouvais pas rétablir les jaloux qui manquaient... "Par un raisonnement standard, on prouve que..." et je me sentais réduite à l'infériorité totale de ne pas pouvoir deviner quel était ce raisonnement standard : je pense que quand les professeurs ne font pas un effort pour expliquer d'où viennent leurs idées, leur intuition, (car maintenant, je ne crois plus que dès le berceau, les hommes étaient prédestinés à savoir, comme moi à ignorer) eh bien ils pratiquent délibérément ou non, une attitude raciste et sexiste à l'égard des catégories qui n'ont pas baigné toute leur vie dans la culture ma-

thématique, et qui n'ont aucun autre moyen de savoir, hors de l'enseignement, d'où viennent les idées en cours.

Et de tout ce que je décris, maintenant je ne pense pas, que cette peur, cet isolement, cette difficulté d'imaginer, cette impossibilité de prendre la parole, d'avoir confiance en moi, de m'intégrer à un groupe, je ne pense pas que c'étaient juste mes propres difficultés intérieures, que je transportais avec moi, et ne je pense pas que si j'avais été moins timide, plus jolie, moins ceci, plus cela, tout aurait été beaucoup mieux. Non c'est faux. Je pense que j'étais juste confrontée à la réalité. Je pense que les femmes vivent effectivement dans une société, où, ouvertement ou insidieusement, elles sont méprisées et agressées mentalement et physiquement... Elles n'intériorisent pas des peurs irrationnelles. Si on a peur, on a raison d'avoir peur ; et comme toute la société environnante, le milieu mathématique est un milieu foncièrement mysogyne ; si une fille prend la parole au cours d'un cours ou d'un séminaire, ou plutôt si elle ne prend pas la parole parce qu'elle a peur, eh bien elle a raison d'avoir peur, car en effet elle risque beaucoup... Si la question est idiote, tout l'auditoire aura immédiatement un stéréotype d'elle, un stéréotype de femme qui est toujours un stéréotype négatif et qui collera très bien à sa peau, qui lui ira parfaitement. Dans le meilleur des cas, ce sera : "oui, elle est bien mignonne, mais elle ferait mieux de faire autre chose que de perdre son temps à ces choses si ennuyeuses, car enfin dans la vie, il y a tellement de choses plus intéressantes à faire, surtout pour une femme".

Et je sais que moi-même, pendant toute une période, je méprisais absolument toutes les filles qui faisaient des mauvais exposés... toutes les filles qui me renvoyaient à moi-même une image négative de la femme et que je ne voulais pas accepter.

J'ai commencé à m'en sortir tout à fait accidentellement. J'ai connu, puis me suis mariée pour quelques années avec un type très sécurisant, et qui m'a beaucoup aidée.

Et de toute façon, psychologiquement c'était un changement fondamental d'être mariée : "oui je ne suis pas si idiote et si moche que cela... puisque moi-aussi... j'ai pu m'en trouver un..." J'avais beaucoup de complexes à l'époque sur mon physique... et pour une fille, les relations sociales et à soi-même, passent d'abord par là. Pour plaire et pour se plaire, pour être aimée et s'aimer, ce qui compte d'abord, c'est le physique.

Je me souvient toujours douloureusement de la réaction, peut-être volontairement cynique de mon père, lorsque j'avais réussi brillamment le concours d'entrée à Normale Sup : "Alors, qu'est-ce que tu veux comme récompense ?... Une opération de chirurgie esthétique ?"

D'autre part, dans le milieu, j'ai rencontré tout à fait accidentellement une fille, Monique Lévy-Nahas, qui consciemment remettait en cause les valeurs élitistes du milieu, et c'était excessivement rare à l'époque... Elle me parlait à moi... elle ne cherchait pas à se valoriser à travers moi pour quelqu'un d'autre... nous parlions réellement l'un à l'autre... non pas en attendant, ou à la place de parler avec un "type plus fort"... par frustration de ne pas être écoutée par un "type plus reconnu".

Enfin, mes oreilles ne bourdonnaient plus, quand je parlais de Maths avec quelqu'un. Elle m'a donné une confiance raisonnable en moi-même. Elle faisait de la Physique théorique et aussi donc des groupes de Lie, on a commencé à travailler ensemble... j'ai rencontré d'autre part aussi un type algérien et qui m'a beaucoup aidée, et j'ai enfin été capable d'abandonner la géométrie algébrique pour faire des groupes de Lie sans avoir trop de sentiment d'échec complet... et maintenant effectivement j'ai complètement surmonté ce sentiment d'échec, je me sens capable de m'intéresser de nouveau à ce sujet avec une conviction raisonnable que tout au moins je pourrais comprendre parfaitement. Mais il y avait à l'époque un blocage psychologique, que j'intériorisais comme intellectuel... et je pense que je n'aurais pas pu m'en sortir, si je n'avais pas décidé de m'intéresser à autre chose... et je crois que ces rôles d'aide ont absolument été décisifs... Pour une fois, les stéréotypes négatifs de la société servaient à quelque chose, en face d'une fille et d'un algérien, je me sentais en pleine possession de tous mes moyens, et je m'apercevais, avec une surprise toujours égale, que par moments moi aussi j'étais intelligente. Entre ces instants d'heureuse surprise, il y avait de grands trous noirs, mais cependant peu à peu mes problèmes psychologiques en tant que fille, changeaient de nature. Je me sentais plus sûre de moi... mais je dépendais toujours entièrement de l'appréciation des autres... il fallait donc leur "plaire" puisqu'on m'avait appris que c'était là ma raison d'être... mais parmi les hommes, il y avait beaucoup d'agressivité vis à vis des filles, et en tout cas aucune solidarité... leur réussite est trop douteuse... "Bon, qu'elle fasse ses preuves... après on verra si on la considèrera comme définitivement inférieure ou pas !"

On me renvoyait toujours plus ou moins sournoisement à ma catégorie : "si je disais quelque chose d'intelligent c'était étonnant, quelque chose d'idiot, c'était bien normal". J'ai des souvenirs horribles du séminaire Bourbaki, où j'ai parlé en 69, j'étais très nerveuse, très anxieuse de savoir l'impression que j'avais faite, ... et bien entendu les premières réflexions que j'ai entendues étaient pour moi les réflexions de tous : il y a eu 3 types exprimant quelque chose : le premier, et c'était gentil : "(1) Eh bien, quelle découverte, qu'il y ait des mathématiciennes sexy !" Un autre, assez vieux que je cite tel quel : "(2) Ah, c'était technique, on voyait bien que c'était une femme qui parlait, beaucoup de petits calculs précis, par une seule grande idée" et un autre, un étudiant du même âge que moi : "j'ai entendu Serre et Thom discuter ensemble, ils disaient que ton exposé était vraiment mauvais..."

et de toutes ces réflexions, qui me renvoyaient inexorablement à ma catégorie, j'ai eu beaucoup de mal à m'en remettre... Je m'en suis remise un peu, en juin dernier, lorsque on m'a demandé de parler de nouveau à Bourbaki, et où j'ai donc senti, ce que je savais rationnellement, que cette dernière réflexion, c'était un mensonge inventé par un type frustré de la réussite d'une fille. Mais j'avoue que j'ai abordé le 2ème exposé avec presque la même anxiété que la 1ère fois (et j'ai eu, immédiatement après, droit aux mêmes deux premiers types de réflexions, que je pense d'ailleurs toutes deux justifiées d'un certain côté !). Dès que j'ai bien eu progressé en Mathématiques, dès que j'ai su que je pourrais passer ma thèse alors bizarrement, cela a été une période extrêmement dépressive. Je n'analyse pas du tout bien pourquoi j'étais si déprimée... En gros, c'était un sentiment du genre : "qu'est-ce que je fais là ?" un sentiment d'avoir eu beaucoup de mal à vouloir arriver quelque part, et de trouver le vide. Ce que j'avais cherché, c'était de m'excuser d'être une fille, c'était de chercher la preuve de mon existence à travers la reconnaissance affective et intellectuelle des seuls qui sont le milieu de reconnaissance, les hommes, ... eh bien je ne la trouvais pas là, du moins pas telle que je la désirais... J'avais des rapport à mon travail tout à fait aliénés... Je faisais des théorèmes, non pas pour les théorèmes, ... mais pour qu'on me reconnaisse, qu'on m'aime et je me retrouvais grâce à mes théorèmes placée à une certaine place rigide dans un univers uni dimensionnel, où la valeur mathématique est la relation d'ordre total... Maintenant, bof... c'est toujours un peu le vide, ... la dissociation entre ma personnalité entre guillemets et mon travail... Je continue à faire mon travail de manière très aliénée, ... pour plaire non pas à moi même, ... mais à ceux qui apportent la reconnaissance... les hommes, mais peut-être je ne dépends plus aussi totalement qu'avant de leur appréciation... J'ai une considération mesurée pour moi même.

Mes problèmes en tant que femme ne peuvent pas disparaître, puisqu'ils existent effectivement : je pense que je continue à être isolée en tant que femme : il y a de la discrimination ouverte ou sournoise volontaire ou involontaire contre toutes les femmes ; dans les communications informelles, les femmes sont souvent exclues, prenons l'exemple des Congrès Bourbaki... Même lorsque des femmes "ont réussi" on ne leur fait jamais acquérir un sentiment d'appartenance à la profession, de "solidarité de la profession"... Je ne dis pas que ce sentiment de solidarité de la profession est bon ou mauvais, je dis simplement qu'il ne joue pas de la même façon vis à vis des femmes.

Dans une réunion, un colloque, les mathématiciens se croient obligés d'interrompre leur conversation mathématique, si vous arrivez dans leur groupe, et d'avoir une conversation plaisante, c'est très ennuyeux en général, et plus ou moins lourd si vous êtes une femme "libre", et pour une femme mariée, on montrera un intérêt considérable et soudain pour vos enfants plutôt que pour vos théorèmes. On ne vient jamais vers vous pour vous parler d'un résultat mathématique intéressant, car on ne livre des résultats intéressants qu'aux gens qu'on considère intéressants et susceptibles de vous apporter quelque chose en échange, et donc certainement pas une femme... on viendra vers elle pour parler des difficultés de la vie,... ou de ses nombreuses joies,... J'ai passé un an à Berkeley, que de compliments sur mes qualités de mathématicienne, venant de gens qui, je le savais, ne connaissaient strictement rien à mon travail, mais qui faisaient semblant de juger qu'il était fort intéressant, mais cependant jamais intéressant au point de vouloir en entendre parler dans un échange privé ou public.

Je me sens toujours sur la défensive quant à ma valeur, et encore une fois je pense que j'ai raison de l'être. Au moindre faux-pas, c'est le coupe-ret qui retombera : "on m'avait dit qu'elle était bonne, mais vraiment elle n'est pas si forte que cela"... On n'a pas de crédibilité... Ce qu'on dit, en face d'étudiants, n'est jamais entouré du halo de crédibilité qui entoure les paroles d'un mathématicien mâle blanc reconnu... Si un étudiant vous choisit pour diriger ses recherches, c'est qu'il s'auto-déprécie un peu lui-même. Comme je pense l'avoir fait comprendre, ce ne sont pas forcément les gens les plus inintéressants qui s'auto-déprécient... Mais du coup la direction de recherche devient plus difficile... J'ai dit une fois à un mathématicien en place que sa démonstration était fausse, et je lui ai expliqué pourquoi, il est revenu deux jours plus tard, en me disant : "oui ma démonstration était peut-être fausse, parce que Dixmier m'a dit que Michel Duflo lui avait dit que

c'était peut-être faux..."

C'est très difficile de nouer des relations mathématiques valables avec d'autres mathématiciens en dehors d'un cercle très restreint qui vous connaît bien, il y manque tout d'abord la motivation chez l'autre, ou alors il toujours de stéréotypes de paternalisme, sous-entendant que la fille est inférieure, dont il est difficile de se dégager, car effectivement si on dit une connerie, il faut un temps fou pour s'en remettre, et on ne peut pas toujours être brillante, ce qui est la règle du jeu imposée à la fille, si elle veut sortir des stéréotypes paternalistes. J'ai travaillé ces dernières années avec un mathématicien bien connu, Hugo Rossi; c'était très sympa, et effectivement dans l'expérience réelle, au bout d'un certain temps, on s'était complètement dégagés des stéréotypes, par rapport au travail qu'on faisait, on avait une relation très égale dans la pratique, mais 90% des mathématiciens qui verront nos articles passés ou à venir, bien entendu sans les lire, en auront cependant l'opinion suivante : c'est lui qui a tout fait.

Bien entendu, ils ne me le diront pas à moi ; ils m'inviteront même dans les congrès à exposer nos travaux communs, car c'est toujours surprenant de voir une femme parler de Mathématiques, c'est amusant, ... c'est comme voir un chien qui marche sur ses pattes de derrière... Je sens chez eux, quand j'ouvre la bouche, une certaine angoisse... (moi aussi d'ailleurs, je suis angoissée, mais pas pour les mêmes raisons), et ils sont nerveux, et puis surpris et enfin soulagés de voir que tout de même j'ai été assez intelligente pour comprendre ce qu'il avait fait.

De toute façon, je pense que si j'écris un article avec un type, qu'il soit ou non connu, c'est lui qui en dehors d'un cercle très restreint, aura le crédit principal pour l'article, peu importe l'expérience réelle ou ce qu'on en dit. Supposons par extraordinaire que mon collaborateur déclare : "c'est elle qui a tout fait" Eh bien on n'en croira rien, on se dira qu'il est vraiment trop modeste... Si c'est moi qui disais : "c'est lui qui a tout fait" ce ne sera sûrement pas par modestie, ce sera juste décrire la triste réalité.

Combien de fois on entend dire d'un mathématicien mâle, timide et peu communicatif "oh, il est vraiment agréable, il est si fort et il est si modeste"... Par contre je n'ai jamais entendu parler d'une femme mathématicienne modeste, ... si une femme mathématicienne ne dit rien, c'est vraiment qu'elle n'a rien à dire, on ne peut pas supposer une seconde qu'elle aurait le toupet de vous cacher ce qu'elle pense.

Or, moi, la plupart du temps, au cours d'un séminaire, ou d'une conversation mathématique je ne dis pas ce que je pense, parce que j'ai peur... et en fait, j'ai intériorisé complètement le stéréotype sexuel que tel ou tel autre type avait certainement des idées beaucoup plus intéressantes que les miennes et que ce que j'avais certainement de mieux à faire, c'était de les écouter ; et effectivement dans une conversation mathématique, je ne suis pas intéressante, je suis sur la défensive, je ne vais jamais de l'avant, je parle peut-être de ce que je sais, mais j'aurais trop peur de me risquer à imaginer devant quelqu'un. En fait ma collaboration très fructueuse avec Hugo Rossi, c'était par lettres ; devant une lettre, je pouvais réfléchir, mais en face de quelqu'un, je suis bloquée.

En conclusion, quoi ? Il faut apprendre à avoir une considération mesurée pour soi-même. Refuser les comparaisons stérilisantes, refuser d'intérioriser que ce que dit l'autre, le mâle, ce que fait l'autre, en un mot le destin du type est "en soi" plus intéressant, et de s'y sacrifier matériellement ou mentalement. Il faut éviter le mépris de soi-même et de sa catégorie, ce qui est difficile quand on appartient à une catégorie effectivement méprisée... Mais nos seuls alliés, ce sont effectivement les catégories méprisées, les mathématiciens noirs, les mathématiciens algériens, les mathématiciens femmes, les mathématiciens de province,... de Bretagne et même de banlieue. Bref ce serait la majorité, si beaucoup de chercheurs refusaient d'intérioriser les stéréotypes élitistes.

UNE ENQUETE SUR LES MATHÉMATIENNESTEXTE DU QUESTIONNAIRE

En vue d'information pour préparer la séance du séminaire Samuel consacrée aux femmes Mathématiciennes, pourriez-vous remplir, même partiellement, le questionnaire suivant, et le retourner soit à Marie-Claude Heydemann (Orsay), soit à Mekkia Kouider (Orsay), soit à Michèle Vergne (Secrétariat des Chercheurs Université Paris 7), soit à Monique Lejeune (Centre de Math. Ecole Polytechnique).

NOM :

Age :

Situation de famille :

Enfants

Êtes-vous ancienne élève d'une E.N.S. ?

Avez-vous un 3^e cycle ?

une Agrégation ?

Fonction actuelle :

Avez-vous été poussée par votre famille

- à faire des études ?

- à faire des études scientifiques ?

Profession du père ?

de la mère ?

Avez-vous des frères ?

Qu'ont-ils fait ?

Que font-ils ?

Y a-t-il eu dans votre famille, ou dans votre entourage, une femme qui exerce une profession ?

une profession intellectuelle ?

une profession scientifique ?

Si vous êtes mariée, profession du mari ?

Quelle est l'attitude du mari par rapport à votre travail ?

Quelle est l'attitude de l'entourage ?

Quelles ont été et quelles sont vos motivations pour faire des mathématiques ?

Quelles difficultés avez-vous rencontrées ?

Quelles difficultés rencontrez-vous ? (exemple : isolement dans le milieu scientifique, difficultés à trouver un poste, cas flagrants de misogynie,...)

COMMENTAIRES SUR LES REPONSES AU QUESTIONNAIRE

(par Monique LEJEUNE-JALABERT)

Présentation du questionnaire

Dans ce questionnaire, nous avons essayé de rechercher :

1) Quelles étaient les conditions sociologiques dans lesquelles une femme pouvait faire des mathématiques

- influence de la famille sur le choix des études

- influence du milieu de vie, de l'entourage, éventuellement du mari, sur les possibilités pour une femme de choisir les mathématiques comme activité professionnelle.

2) Les raisons subjectives du choix.

3) La nature des difficultés perçues par les femmes elles-mêmes et qu'elles veulent bien s'avouer et avouer aux autres.

Comme tout sondage, ce questionnaire est évidemment orienté, les éventuels avantages que quelques unes trouvent à être une femme ne nous intéressent pas.

Nous avons obtenu $17 + 20 = 37$ réponses sur 95 questionnaires envoyés (42%). Nous avons adressé des questionnaires aux professeurs, maîtres de conférences, maîtres assistants, assistants et chercheurs au C.N.R.S. de Paris VI, VII et Orsay dont la liste est sur le bulletin de la S.M.F. de 1970 ainsi qu'à quelques autres que nous connaissons personnellement. Je crois que ce pourcentage relativement important de réponses montre que les femmes se sentent vraiment concernées.

Une première constatation s'impose (pas du questionnaire). Plus le grade est bas, plus il y a de femmes. Si les assistantes sont relativement nombreuses, il y a 0% de professeurs et maîtres de conférences à Orsay et 10% à Paris.

Parmi les réponses $6 + 10 = 16$ viennent d'assistantes

$3 + 6 = 9$ viennent de Maîtres assistants

$3 + 4 = 7$ viennent d'attachées C.N.R.S.

1 vient de chargée

$2 + 1 = 3$ viennent de maîtres de conférences

2 viennent de professeurs

La profession des parents se répartit comme suit

	père	mère
Enseignement	14	15
Profession libérale cadre (médecin, avocat)	8	2
Fonctionnaire ≠ enseignement	7	1
Agriculteur	3	
Autre	2	

Parmi les parents enseignants, 8 enseignent les mathématiques, 5 la physique-chimie et 2 mères ont abandonné leur travail mais ont fait des études de mathématiques. (Probablement parmi les enseignants de C.E.G. C.E.S....., il y en a aussi qui enseignent les mathématiques).

Les parents ont incité à faire des études		des études scientifiques
oui	29	14
non	4	

une ajoute qu'elle a été aussi poussée à se marier, 2 autres que cette incitation s'est terminée après l'agrégation, une autre encore qu'on l'a obligée à faire des études scientifiques et non artistiques comme elle l'aurait désiré.

(Je note ici un point faible du questionnaire : rien ne dit que cette incitation signifiait la préparation à une activité professionnelle ou à celle de "femme cultivée et donc intéressante d'un brillant mari).

- 25 ont des frères, 11 n'en ont pas et une refuse de répondre à cette question jugée d'ailleurs tendancieuse.

Il s'agissait de savoir si dans une famille où il n'y avait pas de fils on incitait plus fermement les filles à travailler. Il semble que non.

- Quel est le rôle joué par l'exemple d'autres femmes travaillant dans la famille ?

Femme exerçant une profession	intellectuelle	scientifique
25	22	13

Description de la situation de vie actuelle :

mariée	célibataire	divorcée
25	10	2

Nombre d'enfants

9 femmes ont 1 enfant
 4 femmes ont 2 enfants
 7 femmes ont 3 enfants
 1 femme a 4 enfants

Attitude du mari

10 sont encouragées ou aidées par leur mari.
 4 affirment que leur mari a une attitude bienveillante, 6 favorable.
 2 trouvent le travail de leur femme normal, 2 sont indifférents.
 1 était amusé.

On note néanmoins des contradictions entre l'attitude théorique et la pratique (3).

2 affirment que leur mari regrette leur manque de disponibilité, je cite "Le travail de recherche n'a pas un rôle nécessaire et celui d'enseignant est relativement léger".

Aide professionnelle du mari mathématicien

9 au moins ont un mari mathématicien, 2 affirment qu'elles ont reçu une aide mathématique de leur mari.

8 ont un mari ingénieur, 9 ont un mari assistant ou chercheur dans une autre discipline, 2 un autre métier.

Attitude de l'entourage

admirative	2
bienveillante	13
normale	2
indifférente	1
ne comprend pas	6

Mais parmi celles qui jugent leur entourage bienveillant, 4 décèlent une attitude contradictoire, par exemple on regrette leur manque de disponibilité (2 fois) tout en acceptant les avantages matériels (1 fois). 2 autres expliquent qu'on ne comprend pas qu'ayant aussi peu d'heures de présence nécessaires hors de leur domicile, elles sont obligées de faire garder leurs enfants.

2 notent une attitude franchement hostile. La raison de cette hostilité est que l'entourage considère que le rôle de la femme est de se marier et d'élever ses enfants.

2ème partie

29 sont passées par une E.N.S. (sur les 8 autres, 4 sont d'origine étrangère)

31 ont l'agreg

11 un 3ème cycle, parmi elles 4 ont des enfants, 7 n'en ont pas ; au moins 6 ont une thèse d'Etat et 2 sont sur le point de la passer. Encore un point faible du questionnaire : on ne sait pas si la naissance du 1er enfant est antérieure ou postérieure à l'acquisition d'une thèse de 3ème cycle ou d'Etat.

Etude des motivations

Outre le goût pour les mathématiques cité 21 fois sous différentes formes : c'est beau (4), j'y trouve du plaisir (3), de l'intérêt intellectuel (1), les 2 circonstances principales qui permettent à une femme de faire de la recherche sont :

- une bonne réussite dans le secondaire
- la filière hypo-taupe-ENS.

Il y en a 16 qui le dégagent nettement et probablement beaucoup d'autres sont aussi d'accord.

3 autres ont commencé la recherche sous l'effet de circonstances extérieures.

3 trouvent que c'est une voie facile pour gagner sa vie.

2 seulement qu'il est important de faire des mathématiques, que c'est un outil de réflexion et éventuellement d'action.

Par contre 2 pensent fuir ainsi les problèmes de la vie réelle.

3 continuent par inertie (il leur serait difficile de changer de voie) mais ont perdu le goût qu'elles ont eu un moment pour.

2 signalent parmi les avantages que c'est un métier qui leur donne une grande indépendance intellectuelle et matérielle.

En conclusion, il semble qu'une femme ne choisisse pas délibérément de faire de la recherche (est-ce par timidité intellectuelle ?). Ce qui est déterminant c'est de suivre la filière "bonne élève, taupe ENS". Ensuite, ou ça ne leur plaît pas (mais on y reste par inertie et parce que le milieu présente des "avantages" matériels évidents : peu d'heures de présence). Ou bien ça leur plaît, et les motivations s'affinent.

3ème partie : les difficultés rencontrées

On en a tout un éventail (ce qui rend, étant donné le nombre relativement réduit dans l'absolu de réponses, difficiles les comparaisons chiffrées). D'autre part, le fait de signaler une difficulté et pas une autre ne prouve pas qu'on ne la ressent pas également. C'est souvent ce qui se dégage des conversations orales.

On peut néanmoins dégager 2 pôles :

- α) le tiraillement entre la vie familiale et la vie professionnelle, 50% des mariées,
- β) la difficulté de s'intégrer dans un milieu psychologiquement très déprimant (33%)

l'intériorisation de ces difficultés et le manque de confiance en soi.

α)

1) Une conséquence est le manque de temps pour faire de la recherche (dont on a déjà vu qu'elle était pour celles qui ont également une charge d'enseignante la partie du travail la moins bien comprise par l'entourage et le mari). Si on ne doit pas aller au bureau, on comprend mal qu'il faille faire garder les enfants. Ceci est signalé par 11 sur 24 mariées, et parmi elles 10 ont des enfants. Si l'on compare ce chiffre à celui des 70% qui affirment que leur mari ont une attitude favorable voire tonique, on décèle ici peut-être une contradiction que seules quelques unes avouent. Ces difficultés à concilier vie familiale et professionnelle se manifestent par un manque de disponibilité vis-à-vis des tâches ménagères, des tâches d'organisation de la maison, par la difficulté de passer du travail matériel au travail intellectuel, par la fatigue que cela entraîne (3). Une signale en plus que ce manque de disponibilité se manifeste aussi vis-à-vis des étudiants au niveau de la direction de recherche.

2) Un autre aspect est la difficulté de concilier le lieu de travail du mari et de la femme, cette difficulté s'aggravant du fait de la pénurie de postes. Sur ce point, le questionnaire n'est pas très significatif cependant puisqu'il a été essentiellement adressé à des parisiennes. (Ce type de réponse vient de quelques provinciales sondées arbitrairement). Ce point n'est cependant jamais clairement abordé sous la forme "La femme suit son mari".

Les difficultés de α) conditionnent en partie celles de β) :

1) Par exemple, il devient plus difficile à une femme qui a ralenti son activité de recherche à l'occasion d'une grossesse de s'intégrer à un groupe de chercheurs plus jeunes qu'elle.

12 (30%) ont ressenti à un moment ou ressentent encore ce sentiment d'isolement, et 5 mettent ce malaise sur le compte essentiellement de leur caractère et de leur timidité.

Au début, elles se sentent perdues dans un univers mathématique immense, mal encadrées par contraste avec le biberonnage qu'elles ont subi pendant la préparation à l'agreg. Ce sentiment d'isolement n'est pas propre à celles qui "n'ont pas

encore fait leurs preuves", mais se rencontre également à tous les niveaux. 2 d'entre elles ressentent leur manque de culture générale. Cela se traduit aussi en ce qu'on écarte les femmes des postes de responsabilité, même des postes de conseillers.

2) Un autre type de difficulté concerne les relations avec les patrons ou les collègues.

- cela va des remarques sur la non-agressivité intellectuelle des femmes (je me souviens moi-même d'avoir entendu dire que les femmes comprenaient très bien mais ne pouvaient avoir qu'une attitude contemplative)

- jusqu'au refus pur et simple pour des collègues de travailler avec une fille, ou pour des patrons de proposer un sujet à une fille. Mais évidemment, aussi, si on est mignonne, on risque d'être courtisée comme femme

- parmi elles, une met en cause explicitement l'état d'esprit émanant de l'Ecole Normale.

Evidemment le mauvais encadrement de la recherche est aussi mis en cause.

3) Actuellement, un dernier type de difficulté s'aggrave. La pénurie de postes comme l'ont montrée les statistiques présentées par Micheline Vigué (cf.) pèse plus sur les femmes. A tous les niveaux, il devient difficile de trouver un poste, et il est encore plus difficile de concilier son lieu de travail avec celui de son mari.

Ceci impose des trajets épuisants physiquement et moralement aux jeunes assistantes, aux jeunes maîtresses de conférences.

Ce dernier point n'est pas spécifiquement féminin, mais ajouté à tout le contexte, il aggrave encore plus le manque de temps et les problèmes familiaux. Tout est là dans la société pour faire ressentir aux enfants le manque de leur mère.

Pour être honnête, 5 avouent n'avoir aucune difficulté.

A mon avis, il faut relier une grande partie des difficultés du type α) au mythe du mathématicien à 100% et à son sous-produit, celui de la vocation mathématique. Comme on a vu, ce sont actuellement essentiellement des circonstances sociales ou des hasards qui font qu'une femme devient mathématicienne, et plus spécifiquement chercheuse. (cf. §2). Au contraire, le milieu a tendance à valoriser l'image du type qui est 100% disponible pour les mathématiques, qui peut discuter à n'importe quelle heure sans autre contrainte, qui cherche à remplir ses vacances d'activité mathématique. Si on a besoin d'interrompre une conversation parce qu'il faut rentrer s'occuper des enfants, on se sent gêné et on n'ose pas l'exprimer. On se dit que ça ne fait pas sérieux, qu'on n'a certainement pas une vocation de mathématicien assez grande. Or il est évident pour tous qu'une femme

est obligée dans sa vie de faire face à un certain nombre de responsabilités extra-professionnelles dont la plus importante et la plus contraignante est la fabrication et l'élevage des enfants. Puisqu'il faut que chacun ait une vocation, eh bien, celle de la femme, c'est d'élever ses enfants. On n'est pas 50 % mathématicienne, 25 % bricoleuse, 25 % mère de famille, 6 % femme de ménage. C'est la division du travail poussée à son maximum.

Quelques manques à ce questionnaire

La question du choix du lieu de travail.

Elle est relativement peu posée puisque nous avons essentiellement adressé ce questionnaire à des Parisiennes.

Pour donner un peu d'informations sur ce point, on peut se reporter au document d'Annette Decomps-Guilloux, qui suit.

Perspectives

- tenir compte des grossesses dans la période des 6-8 ans impartis au CNRS
- s'obliger à s'intégrer dans un groupe, se fixer des horaires de travail
- un encadrement plus strict de la part des patrons
- contribuer à amorcer des mises en question dans le milieu.

Il est clair que les femmes ne sont pas les seules à avoir des problèmes, et le fait d'en débattre peut aider à les résoudre. Par exemple, il semble bon de lutter contre les idées sur la classification des Mathématiques exprimée par Dieudonné à Bordeaux.

Plus spécifiquement, on peut songer à créer des groupes de travail ou d'encadrement plus spécifiquement féminins.

Ceci présente à mon avis 2 inconvénients :

- il me semble difficile d'éviter l'élitisme dans de tels groupes
- accentuer l'isolement féminin.

Mais ceci peut évidemment être très efficace.

On aimerait maintenant que ces quelques réflexions suscitent des suggestions.

Réflexions d'Annette Decomps-Guilloux

Dans le cadre de l'enquête sur la mathématicienne je livre à votre réflexion quelques indications relatives à la carrière et au travail de mes camarades de promotion. (Sèvres année d'entrée à l'Ecole 1957).

Sur 17 matheuses la répartition est la suivante

- 9 sont dans l'enseignement supérieur :

4 sont docteurs d'état (dates approximatives des thèses 66, 67, 68, 71)

sur ces 4 docteurs : 2 sont professeurs ou maîtres de conférences

2 sont maître-assistants

les 5 autres sont maître-assistants

- 5 sont dans l'enseignement secondaire (une d'entre elles avait passé plusieurs années dans le supérieur).

Enfin une n'a jamais enseigné, une autre s'est dirigée vers les lettres et il en reste une dont je n'ai pas de nouvelles.

Cette répartition m'a inspiré les réflexions suivantes

1. Trois des quatre thèses soutenues l'ont été à Paris tandis que les cinq maître-assistants sans thèse sont dans des universités de province (plusieurs d'entre elles ont changé 1 ou 2 fois d'université depuis l'agrégation), l'Université à laquelle on se trouve affecté joue un rôle primordial or le lieu de résidence est lié au travail du mari et non de la femme. Dans la plupart des cas nous avons "suivi" (sic) notre mari.

2. Autre problème typiquement "mathématicienne" celui là : contrairement à sa collègue physicienne la mathématicienne n'est pas tenue par les horaires de son labo, elle est donc beaucoup plus disponible aux yeux de son entourage et on ne se dévouera pas pour lui garder un enfant malade puisque elle peut le faire.

3. A l'heure actuelle les mathématiciennes seront (et sont déjà) les premières victimes de la pénurie on m'a rapporté venant de 2 commissions différentes ces propos "ce n'est pas la peine d'envisager la candidature des femmes pour les postes de maître-assistant quand il y a tant d'hommes qui attendent". Une des deux docteurs d'état de ma promotion qui est restée maître-assistant s'est vu l'an dernier refuser un poste de maître-assistant dans une ville où son mari était envoyé pour son travail : on ne regardait que les candidatures locales.

LA MODE EN MATHÉMATIQUES

(exposé du 6 mars 1974, par Etienne BIZE)

I - Généralités et essai de définition

D'après le dictionnaire : "Usage passager dans les manières, le costume...etc", "manière d'être ou d'agir particulière à un pays".

Le dictionnaire cite le cas particulier du vêtement.

Autre sens mentionné : "manière d'être par opposition à substance".

Ce sens du mot mode est sans doute à l'origine de celui qui est maintenant le plus répandu, dans la mesure où on considère en général que "la mode", dans quelque domaine que ce soit, touche seulement à l'apparence et à la surface des choses, et non à leur nature profonde.

Plus précisément, le phénomène de mode apparaît lorsque l'action concertée ou non, consciente ou non de certains individus ou de certains groupes exerce une pression plus ou moins précise sur les autres membres de la communauté, pour leur faire admettre et adopter certains critères, certaines hiérarchies de valeurs, certaines idées, ou plus simplement certains agissements, le choix ainsi favorisé ne présentant en fait aucun caractère de nécessité.

Deux remarques s'imposent alors :

1°) Un phénomène de "mode" a toutes les chances d'apparaître chaque fois qu'une activité est le fait commun à suffisamment de gens, et que cette activité donne lieu parmi ceux qui la pratiquent à des échanges et à une publicité permanents.

2°) Il n'y a "mode" que s'il y a "émission" et "réception", s'il y a ceux qui font la mode et ceux qui la suivent, la propagent ou la subissent, même si la séparation entre les uns et les autres n'apparaît pas toujours très clairement. Un même individu peut, en effet, représenter à la fois les deux comportements.

II - Quelques faits révélateurs, et brève analyse

- Platon (427 à 347 avant J.C.) dans La République, se moque des calculateurs "qui changent l'unité pour de la menue monnaie", et dit que là où ceux-ci divisent, les savants multiplient. Il veut dire que, par exemple, l'égalité des rapports d'entiers a/b et c/d doit se constater non en divisant a par b et c par d , mais en vérifiant que $ad = bc$.

C'est une allusion à la polémique qui séparait les mathématiciens grecs de cette époque des logisticiens ou calculateurs professionnels. Ceux-ci, comme leurs prédécesseurs babyloniens et égyptiens traitaient les fractions comme des nombres

pour leurs calculs. Au contraire les mathématiciens s'étaient imposés de ne traiter les fractions que comme des opérateurs, définis sur une partie de l'ensemble des entiers, les relations d'égalité ne pouvant être écrites qu'entre nombres entiers. Les raisons de ce comportement semblent liées à une attitude philosophique issue des réflexions des premiers penseurs grecs sur l'un et le multiple. Selon eux, l'unité ne pouvait se partager sans perdre son caractère d'unité.

Dans la mesure où c'est justement en considérant les rapports d'entiers comme des mesures de grandeurs que devait naître la notion de nombre rationnel, on peut estimer que ces mathématiciens étaient détournés par la mode du moment d'une évolution féconde.

- L'examen des sujets des thèses de doctorat ès sciences mathématiques de 1830 à nos jours témoigne aussi d'évolutions qui ne sont sans doute pas étrangères à la mode.

Nous avons examiné les sujets des thèses sur les périodes suivantes :

1830-1870 (66 thèses, presque toutes datant de 1850 à 1870)
 1900-1910 (41 thèses)
 1934-1939 (59 thèses)
 année 1970 (61 thèses)

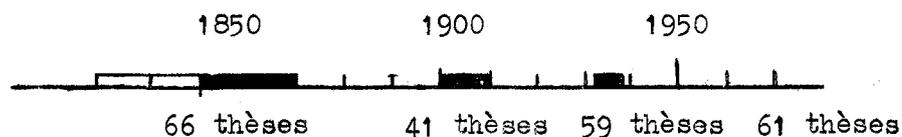
Il s'agit de toutes les thèses figurant à la bibliothèque de l'E.N.S. (Ulm). Bien que la collection ne soit sans doute pas tout à fait complète, elle permet de se faire une idée sur l'évolution du nombre des thèses, de la nature de leur sujet, de leur importance. Il nous a fallu choisir une classification qui nous permette de suivre l'évolution sur 140 ans. Celle que nous avons retenue est la suivante :

- Domaine appliqué : exemple : mécanique classique, mécanique des fluides, distribution de charges électriques sur des surface etc ...
- Astronomie-mécanique céleste.
- Géométrie, en entendant par là la géométrie de la droite, du plan et de l'espace, où les démonstrations font appel à l'intuition de l'espace physique ambiant.
- Sujet abstraits : analyse classique, algèbre moderne, et tous les développements conduisant aux domaines actuels des mathématiques dites pures.

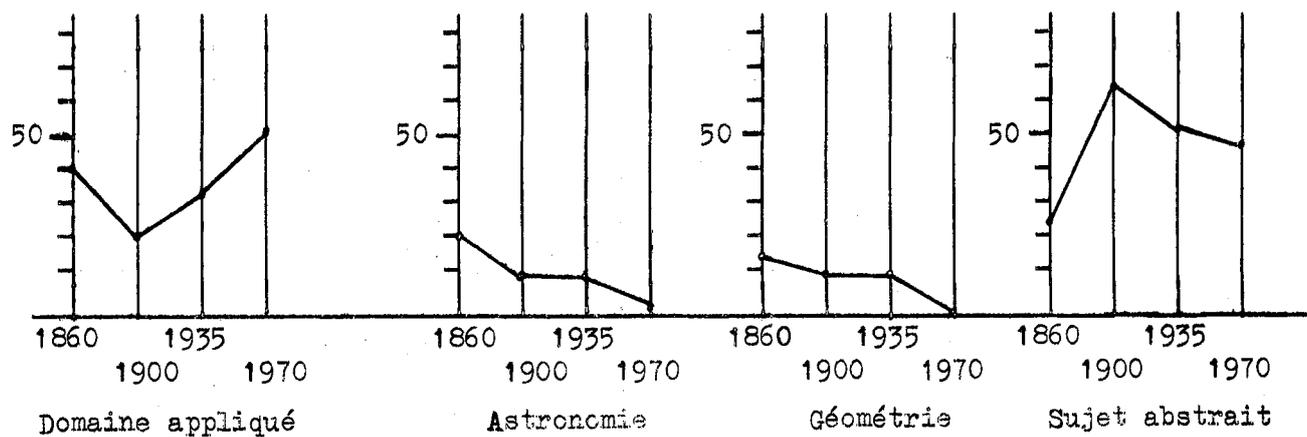
Les résultats, en pourcentages sont consignés dans le tableau suivant :

Années Nombre de thèses	Domaine appliqué	Astronomie	Géométrie	Sujet abstrait	Nombre de thèses par an
1850(1830)-1870 66 thèses	41%	20%	15%	24%	3 à 4
	61%		39%		
1900-1910 41 thèses	20%	7%	10%	63%	4
	27%		73%		
1934-1939 59 thèses	30%	7%	12%	51%	10
	37%		63%		
1970 61 thèses	52%	2%	0%	46%	60
	54%		46%		

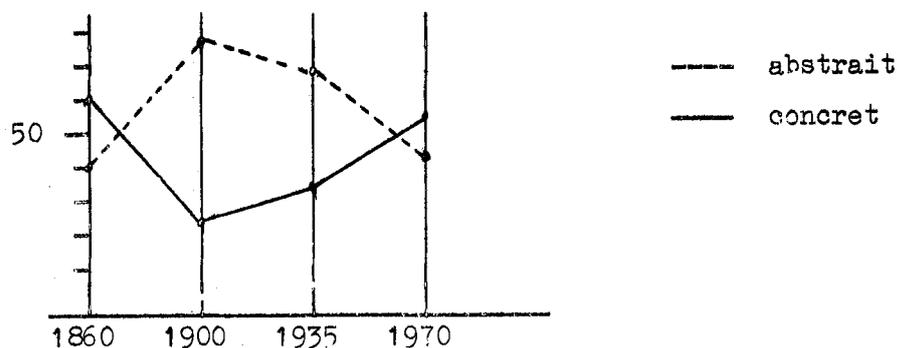
Emplacement des échantillons dans le temps :



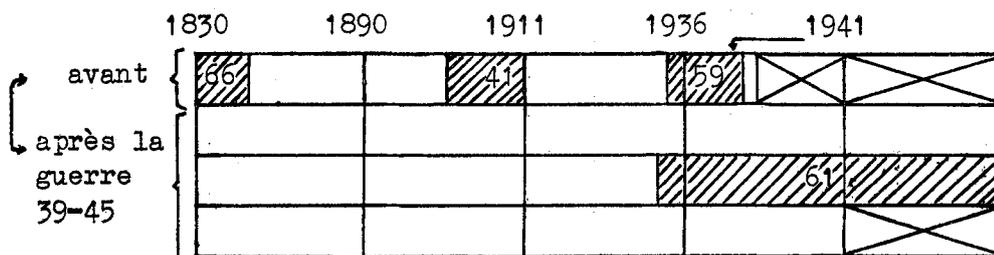
Evolution suivant les types de sujets, en pourcentage :



Evolution comparée des pourcentages de sujets de type "concret" et de type "abstrait" :



On peut enfin schématiser le volume occupé par ces thèses sur les rayons de la bibliothèque :



L'examen, bien que superficiel, de ces thèses, appelle quelques commentaires concernant cette activité mathématique très particulière.

(1) Pour la période 1850-1870, 80 des thèses environ sont rédigées dans un esprit qui ne serait pas admis par les mathématiciens d'aujourd'hui. Les raisonnements font un appel constant à l'intuition géométrique par des considérations ingénieuses et compliquées dont on sait qu'elles peuvent être trompeuses. Ce qui est remarquable, c'est que les résultats sont presque toujours exacts ! L'intuition des auteurs était bonne !

En revanche quelques thèses de cette époque, classées dans le type abstrait, sont d'une rédaction très claire et très "actuelle", si l'on fait abstraction de l'absence du vocabulaire, devenu courant, de la théorie des ensembles.

Le volume de ces thèses varie de 25 à 60 pages. Elles ne sont pas très calculatoires.

A partir de 1885 environ, on arrive aux rédactions de style tout à fait actuel ; surtout si on regarde le chemin parcouru par rapport aux années précédentes. Il reste évidemment quelques thèses marginales du type "ancien". Il en restera encore jusque vers 1935.

(2) Il semble bien que l'"âge d'or" des thèses de mathématiques se situe en France entre 1885 et 1910. Cela correspond au développement des premières théories abstraites rigoureusement déductives, fondées sur des axiomatiques complètes. L'influence des travaux de Cantor, qui ont précédé cette période d'une quinzaine d'années, est évidente. Les idées de Cantor, on le sait, firent scandale. Malgré cela, les mathématiciens, même quand ils furent assez réservés à propos de certaines des conclusions de Cantor (Poincaré, Borel, Lebesgue, Baire) adoptèrent pour la première fois systématiquement les formes d'exposition purement déductives qui sont universellement utilisées depuis. C'est l'abandon systématique de l'in-

tution dans les démonstrations. Le volume des thèses augmente et atteint parfois les 200 pages. On observe une très forte progression des sujets "abstraits".

(3) L'évolution d'ensemble sur les 140 années couvertes témoigne à notre avis des phénomènes suivants :

- abandon brutal, après Cantor, des sujets d'origine appliquée
- retour progressif, depuis 1900, vers ces sujets, avec un "matériel" perfectionné
- effacement de l'astronomie absorbée par l'astrophysique
- disparition des sujets de géométrie "élémentaire" que l'axiomatique de Hilbert fait rentrer sous une forme plus générale dans le rang des théories abstraites déductives
- évidemment et surtout, explosion formidable de l'activité mathématique après la guerre de 39-45, surtout après 1955
- enfin, depuis 1900, diminution progressive du niveau moyen des thèses par rapport aux recherches de pointe. L'assimilation de plus en plus difficile des résultats antérieurs par les jeunes mathématiciens âgés de 20 à 30 ans qui font leur thèse rend pour eux de plus en plus rare en pourcentage l'accès rapide à des découvertes marquantes.

Autrement dit, l'activité du type "thèse", a cessé progressivement d'être, en mathématiques, une activité de recherche vraiment avancée, devenant plutôt une activité assez traditionnelle, bien encadrée par un groupe, s'exerçant dans une certaine "sécurité". Ce fait est d'ailleurs largement justifié par l'utilisation "sociale" du grade de docteur pour parvenir à des situations où l'activité de recherche n'est pas la seule qu'il faille pratiquer.

- Nous pouvons citer quelques faits en relation avec la question de la mode, et relatifs au fonctionnement du CCU et de la commission des thèses.

1°) Attitude de ces organismes dans le cas de thèses effectuées en collaboration constante par deux ou trois personnes. L'habitude très ancrée dans le milieu mathématique de ne juger les gens qu'individuellement a semble-t-il provoqué un certain désarroi lorsqu'il a fallu donner un jugement commun à plusieurs personnes. Heureusement, la disparité des situations administratives est venue à point nommé au secours de ceux qui tenaient absolument à différencier les individus en question !

2°) Deux de nos collègues ont failli ne pas être inscrits sur la liste restreinte assez récemment.

Les raisons qui ont pu nous parvenir à propos de ces réticences n'étaient pas des raisons purement mathématiques, ni des raisons d'ordre pédagogique. C'était des discours du genre : le sujet traité est un peu "ancien", l'argument venant sans

doute du fait que les résultats de l'une des thèses se trouvent en germe dans les œuvres de Gauss !

Pour l'autre de nos collègues, on a entendu dire que le "style" des démonstrations n'est pas "moderne" et autres remarques de ce genre.

Ces deux collègues ayant été inscrits, insister serait de mauvais goût.

3°) Un autre de nos collègues s'est vu refuser son inscription sur la liste restreinte sur des raisons dites de "motivation". La raison invoquée serait que "le sujet de la thèse, dans l'esprit de son auteur, est étranger à tout le reste des mathématiques".

Nous n'avons aucun autre renseignement sur les débats du CCU. Par contre ce refus d'inscription a donné lieu, entre le rapporteur de la thèse, ses soutiens et les tenants de l'attitude adoptée par le CCU, à une volumineuse correspondance d'un grand intérêt. Les deux positions antagonistes sont en résumé les suivantes :

(1) Partisans de la "motivation" : Pour qu'un travail soit apprécié, il faut qu'en dehors de toutes qualités de clarté, de rigueur, d'originalité, de difficulté mathématique des problèmes résolus, son sujet soit en relation directe avec des problèmes déjà posés dans de "bons" ouvrages par de "bons" auteurs.

(2) Point de vue opposé : Un travail sera considéré comme bon et intéressant si, compte tenu de l'état contemporain de la Science Mathématique, il contient : ou des résultats difficiles à percevoir, ou des résultats à démonstration difficile, ou des résultats et des notions qui éclairent d'un jour nouveau des domaines assez vastes des mathématiques, et mettent de l'ordre dans ce qui paraissait chaotique auparavant. Donc, refus de se baser sur des principes qui proclament d'avance qu'un travail n'est intéressant que s'il appartient à tel ou tel domaine.

- Enfin, on ne peut pas ne pas citer la conférence prononcée à Bordeaux en mai 1973 par M. J. Dieudonné, avec pour titre : "orientation générale des mathématiques pures en 1973". Un résumé approuvé par l'auteur est disponible à la bibliothèque. M. Dieudonné est un partisan convaincu de la motivation ((1) ci-dessus) et ses conceptions de la recherche sont franchement aristocratiques. On se demande vraiment combien parmi ceux qui ont été amenés à gagner leur vie en enseignant les mathématiques dans l'enseignement supérieur mériteraient à ses yeux le nom de mathématicien, même de 3e ou 4e ordre !

III - Divers aspects de la mode en mathématiques

Munis de ces quelques faits essayons de dégager les divers aspects de la mode en mathématiques, et d'abord, d'en donner une idée un peu plus précise. Les définitions vues au début s'appliquent, étant entendu que ce que la mode cherche à imposer, c'est une hiérarchie dans les sujets de recherche, et éventuellement dans les méthodes de résolution. C'est la raison pour laquelle, faute de temps pour approfondir d'autres aspects, nous avons regardé en détail les sujets des thèses. Ordinairement le travail de thèse est entrepris entre 20 et 25 ans. On peut estimer que les mathématiciens de cet âge sont relativement plus perméables aux diverses pressions exercées par la mode, et que le choix des sujets peut donc être un baromètre assez fidèle.

A) Evolution au cours du temps - Aspect historique

L'enquête effectuée est seulement embryonnaire, et le sujet est vraiment trop vaste pour être traité complètement.

Je fais ici appel aux volontaires s'il y en a parmi les auditeurs pour citer des faits caractéristiques de la mode à diverses époques.

On peut cependant remarquer que la pratique des mathématiques par rapport aux autres professions était réellement assez confidentielle jusque vers 1880 environ. La création et la transmission de la mode avant cette date, devaient être notablement différentes de ce qu'on observe aujourd'hui.

B) Aspects actuels

- mode locale, nationale, globale

Partout où il y a un groupe de mathématiciens, on observe, en général, une mode. Exemple : une promotion de math. à l'E.N.S. En général il y a un noyau de quelques individus brillants (et souvent bruyants) qui se précipite à grands cris dans une direction donnée, les motifs réels du choix n'étant pas toujours très clairs. Très souvent la personnalité du directeur du groupe de recherche correspondant à un rôle important dans ce type de choix. Ensuite, la mode est "lancée" et, "pour avoir de l'esprit", il faut travailler dans le même domaine !

Sur le plan national, un autre phénomène apparaît dans le choix de la direction de recherche : celui de la rentabilité du travail de recherche au regard de la carrière. Ici apparaît ce fait propre aux mathématiques : il n'y a que très peu de vrais mathématiciens professionnels, c'est-à-dire qui ne fassent que de la recherche mathématique. Presque tous sont en même temps des enseignants. Il en résulte une interaction assez complexe entre la façon de "grimper" dans la hiérarchie des enseignants et dans la façon 1°) de faire de la recherche, 2°) de faire apprécier son

travail de recherche. La mode au plan national est essentiellement liée à ces phénomènes, phénomènes compliqués encore par le fait que l'organisme "juge", le C.C.U., étant consultatif est irresponsable par nature. Les exemples précédents montrent que le C.C.U. s'appuie parfois sur les critères de "motivation" dont on aimerait qu'ils soient aussi clairement énoncés que ceux de Dieudonné. Tous les jeunes chercheurs se précipiteraient vers les "bonnes" mathématiques... et il faudrait sans doute ensuite tenter le sauvetage des autres domaines abandonnés !

Sur le plan global, on peut estimer que la propagation de "la mode" doit davantage ressembler à ce qu'elle était, par exemple, à la fin du siècle dernier. Dans la mesure où les questions de carrières ne se jouent pas dans ce cadre, les avis sont plus désintéressés et liés seulement aux problèmes mathématiques et à leur évolution.

L'influence de l'extérieur sur ce qui se passe en France revêt parfois des aspects curieux. Il est bien connu que l'exigence de "motivation" dont parle Dieudonné rend les jeunes chercheurs timides, et il arrive que des résultats tardent à être publiés par leurs auteurs peu encouragés dans cette voie parce que "cela n'intéressera personne". Il arrive que le même résultat soit publié alors dans un autre pays sous une autre signature. En général, le problème redevient aussitôt "intéressant", ce qui montre bien la vanité relative de cette idée de motivation.

- mode et enseignement

On vient de voir que mathématiques et enseignement sont très liés par le fait que la grande majorité des mathématiciens sont des enseignants. On peut ajouter à cela que le phénomène de mode a des manifestations spécifiques dans l'enseignement des mathématiques. Citons quelques unes des relations entre mathématiques et enseignement en dehors du fait évident (cf. 1er exposé du séminaire) qu'il s'agit d'une discipline universellement enseignée de la maternelle à l'université :

- 1°) Les mathématiciens sont presque tous des enseignants.
- 2°) Les carrières des mathématiciens.
- 3°) L'enseignement et le recrutement des chercheurs.
- 4°) La propagation des idées et des théories nouvelles par l'enseignement et les exposés oraux dans les congrès, colloques, séminaires, cours de niveau élevé... etc...
- 5°) Rôle important de l'enseignement dans les efforts de formalisation des théories mathématiques. Les meilleurs livres sont souvent des cours repris et complétés.

- mode mathématique et insertion de l'activité mathématiques dans la société

Cet aspect de la question a évidemment complètement changé avec le développement industriel et scientifique amorcé au milieu du siècle dernier.

L'insertion de l'activité mathématique dans la société ne peut pas se décrire très simplement, et dépend, pour beaucoup du système politique en vigueur dans le pays considéré. De toute façon, on ne peut pas, à mon avis, échapper à la contradiction suivante :

- Pour les non-mathématiciens et, plus généralement ceux qui sont étrangers à la recherche scientifique, les mathématiques sont un "service", et leur développement se justifie à la mesure des besoins.

- Pour les mathématiciens productifs, passionnés par leur travail, les mathématiques sont une fin en soi.

Nous avons vu que l'enseignement constitue un lien très important entre les mathématiciens et l'ensemble de la société.

L'importance considérable de certains résultats mathématiques pour le développement des disciplines expérimentales et de la technologie, tant au niveau de la recherche que de la production pose évidemment le problème de la liberté des mathématiciens face aux utilisateurs de leurs théories. On imagine assez facilement que, dans certaines conditions, la "mode" soit en fait une pression de l'extérieur sur les mathématiciens. Dans sa conférence Dieudonné indique qu'en Chine les résultats de mathématiques "pures" ne sont pas publiés à cause de leur inutilité immédiate. En URSS, par contre, les mathématiques dites "pures" ont retrouvé leurs droits. Dans les sociétés occidentales, ce genre de pression existe, sous un aspect plus sournois. En France, par exemple, que signifie la parcimonie avec laquelle sont octroyés les postes CNRS en mathématiques, alors que la D.G.R.S.T. distribue des crédits importants pour financer des recherches technologiques dans des entreprises privées ou des laboratoires publics ? Vraisemblablement une certaine méfiance du pouvoir politique vis à vis des mathématiciens en ce qui concerne les possibilités d'utilisation des résultats auxquels ils s'intéressent. Il s'agit donc bien d'une pression exercée au moyen de la pénurie de postes, pour empêcher le développement naturel de l'activité mathématique disons "abstraite".

Certains citeront l'I.H.E.S. en contre-exemple. Je crois qu'il s'agit là justement d'une action ponctuelle et spectaculaire qui sert à cacher la réalité profonde. C'est l'alibi et la bonne conscience à bon marché pour les groupes qui financent cet organisme.

Conséquence de ces états de fait : pour certains, il convient de propager "la mode" pour les sujets qui constituent de bonnes pompes à finances :

La mécanique des fluides est "dans le vent", faisons de la mécanique des fluides...

L'informatique "paye", faisons de l'informatique.

C'est un aspect non négligeable de la mode.

On pourrait croire qu'il s'agit d'un phénomène utile, dans la mesure où il y a, au point de départ un besoin réel dans la branche considérée.

En fait c'est inexact parce que ce processus s'engage avec une certaine inertie et provoque en général une ruée sans commune mesure avec les besoins.

Le cas de la mécanique des fluides est typique :

A l'origine se trouve le développement rapide, juste après la guerre de 39-45, de la production d'énergie hydroélectrique. De plus une équipe technico-scientifique de grande valeur, aux établissements Neyrpic, contribua à répandre par l'intermédiaire de l'E.D.F. des travaux théoriques d'hydrodynamique.

La suite est connue : fondation du laboratoire national d'hydraulique de l'E.D.F., et création de plusieurs centres de recherche universitaires sur ces sujets ; typiquement "mathématiques appliquées". On élargit les sujets à l'ensemble de la mécanique des fluides. Résultat : les structures mises en place sont susceptibles de fournir dix fois plus de spécialistes que les problèmes posés à l'origine n'en nécessitaient.

Il faut dire aussi que ce type de mode, fabriquée pour des besoins extérieurs, donne lieu assez souvent à la naissance d'une "contre mode" dans le milieu mathématique. Le mépris assez répandu pour les problèmes issus de domaines appliqués témoigne de ce genre de réaction.

Pour étayer cet essai de classification, citons encore quelques exemples de faits ayant relation avec la mode en mathématiques.

Exemple cité par P. Samuel : Un chercheur américain publie en 1949 un résultat d'algèbre dans une revue cotée. Il passe inaperçu. 21 années plus tard P. Samuel trouve le même résultat, en parle à un collègue américain qui lui cite l'article paru. P. Samuel, faisant donc référence à l'article paru, publie un exposé amélioré. Cette nouvelle publication déclenche aussitôt l'intérêt d'un nombre non négligeable d'autres chercheurs. Cet exemple permet de voir que suivant l'époque, les circonstances et la personnalité de l'auteur ces résultats sont plus ou moins considérés sur le plan international (mode globale).

Il y a aussi la mode de la publication à tout prix.

Exemples de mode dans l'enseignement supérieur : L'influence du formalisme utilisé par Bourbaki dans la rédaction de son traité.

Il n'est pas nécessaire de très bien connaître les réactions des étudiants pour savoir qu'un exposé sans aucune répétition, où les résultats antérieurs ne

sont cités que par des références chiffrées est tout à fait anti-pédagogique.

Voici in extenso une démonstration d'un manuel très connu destiné aux étudiants. Il s'agit de démontrer que 6 propriétés (1)(2)(3)(4)(5)(6) sont équivalentes :

" On a $(2) \iff (4)$ et $(3) \iff (4)$ d'après 8.11.3, donc $(2) \iff (3) \iff (4)$. Il est clair que $(1) \implies (2)$.

" Comme (2) et (3) simultanément impliquent (1), on voit que (1),(2),(3)(4) sont équivalentes.

" Enfin, $(1) \implies (5)$ et $(5) \implies (3)$ d'après 1-8-4 ; de même, $(1) \implies (6)$ et $(6) \implies (2)$ d'après 1-8-4.

" Donc (5) et (6) sont équivalentes aux deux premières conditions. Enfin, si ces conditions sont remplies, on a $v = w = u^{-1}$ d'après 2.5.16 " fin de la démonstration.

Problème : quel est l'énoncé du théorème ?

On peut aussi discuter de l'influence de Bourbaki quand au fond. Car si procéder du général au particulier convient bien pour les vastes synthèses, cette méthode est nettement moins adaptée à l'enseignement.

Autre exemple. Même dans les meilleurs centres d'analyse, la théorie des distributions n'est enseignée, à l'étranger, qu'à des étudiants avancés, alors qu'en France elle est longuement enseignée dans le 2ème cycle. La personnalité charismatique de leur inventeur n'est pas étrangère à cet état de choses !

La présence de vigoureux "combinatoriciens" en Roumanie fait que l'analyse combinatoire est très enseignée dans ce pays. Elle l'est très peu en France.

Exemple de mode dans l'enseignement du second degré : Les excès de vocabulaire très souvent observés après l'introduction dans les lycées des mathématiques dites modernes, et l'abus très fréquent de l'usage d'objets non mathématiques pour illustrer la théorie des ensembles. Il s'agit là sans doute des excès de "secrétion" de fervents pédagogues assez peu mathématiciens. Ce n'est pas très grave, mais un peu paradoxal.

Le but avoué des promoteurs de la réforme n'était-il pas, en effet, d'éliminer de l'enseignement du second degré les débuts trop "intuitifs" en arithmétique et en géométrie, de reléguer aux oubliettes le gâteau pour apprendre les fractions et le fil tendu pour se faire une idée de la droite ? Or voici qu'une foule plus grande encore d'objets "barbares" vient encombrer l'enseignement nouveau, et cela jusqu'à des classes de niveau plus élevé qu'autrefois !

IV - Les mécanismes de la mode en mathématiques

A) Particularités de l'activité mathématique favorisant les phénomènes de mode

- Très forte interconnexion entre les activités des individus, même si ces individus sont isolés dans leur travail personnel.

Cette caractéristique est propre à toutes les activités scientifiques, mais encore accentuée en mathématiques, car seuls l'exposé public et l'impression permettent de faire "prendre en compte" un travail mathématique. Il est donc dès sa création soumis au groupe. Or la création d'un groupe est presque fatalement soumise à une "mode".

Chaque groupement de mathématiciens contient en germe la possibilité d'être créateur d'une mode. Pour se grouper les mathématiciens obéissent à des critères variés (chaque motif de groupement pouvant être générateur de mode) :

- motif purement scientifique : séminaires, colloques... etc
- motif géographique : présence d'une bibliothèque, d'une école, d'un centre d'enseignement
- motif hiérarchique : réunion du collège X
- motif fonctionnel d'une institution : commission de spécialistes, sections du C.C.U.

- Nécessité pour le jeune chercheur de "faire apprécier son travail" par les juges ad hoc s'il veut avoir une carrière normale.

- Difficulté considérable, malgré les échanges et les publications, à comparer les niveaux de travaux concernant des domaines différents des mathématiques. Ce point est très important car il explique comment les "on dit" et autres réputations répandues de bouche à oreille finissent par avoir une grande importance si dans l'ensemble des "juges" ne figure pas un vrai spécialiste des questions traitées par le candidat examiné.

B) Emetteurs, récepteurs, véhicules

Comme nous l'avons dit au début, nous pensons qu'il n'y a mode que s'il y a création, propagation et réception de la mode. Pour analyser complètement le phénomène de mode il faut donc répondre aux trois questions :

- 1 Où, quand, comment, par qui est créée la mode en mathématiques ?
- 2 Comment se propage la mode en mathématiques ?
- 3 Quels sont les récepteurs, c'est-à-dire ceux qui suivent bon grè mal grè la mode ?

Question 1 :

La mode est créée essentiellement par des groupes, et dans les groupes, en général sous l'influence de quelques individus seulement (exemples : Bourbaki, le C.C.U., les "Maths. Parisiennes").

Dans les bons cas, il s'agit des meilleurs mathématiciens, et on rejoint le phénomène de motivation selon Dieudonné.

Lorsque le groupe en question (commission, C.C.U.) est investi de pouvoirs en toute rigueur extra-mathématiques (carrière des enseignants par exemple) il est certain que la mode adoptée dans le groupe est une arme redoutable en ce qui concerne la lutte d'influence entre les diverses branches des mathématiques.

Accéder dans ces groupes et contribuer à la définition de leur doctrine de travail attire d'ailleurs, en général, ceux qui ont le goût d'un certain pouvoir.

Question 2 :

La mode se propage essentiellement par les échanges entre individus et entre groupes et par l'enseignement. Les groupes de jeunes (E.N.S. par exemple) sont de très efficaces véhicules de la mode.

Autres types de véhicules de la mode : ceux qui accèdent dans des commissions sans avoir la compétence technique requise. C'est fréquent dans les commissions ministérielles de réforme de l'enseignement des mathématiques où des organismes tiennent à être représentés sans pouvoir déléguer un vrai spécialiste. Faute d'un programme d'intervention précis, ces délégués ne peuvent guère que "suivre la mode".

Question 3 :

On peut dire qu'il y a en gros deux sortes de récepteurs :

- Les récepteurs naïfs = ils font ce que dicte la mode parce qu'ils trouvent que c'est bien. C'est le cas de bien des jeunes, en sortie d'école par exemple.

- Les récepteurs zélés = ils font ce que dicte la mode en toute conscience, soit pour des raisons de carrières, soit pour des raisons indiquées plus haut, de finances.

V - Récapitulation

1°) En récapitulant, on est obligé de constater une contradiction entre les deux observations suivantes :

- La mode est, au début, considérée comme un phénomène futile, ne touchant qu'aux apparences des choses.

- L'analyse des "faits de mode" met en général en évidence des motivations assez profondes et des questions assez graves : volonté de puissance pour certains, soucis de carrière pour d'autres, etc ... etc ...

2°) Nous avons vu que l'activité collective est propice aux phénomènes de mode, même s'il n'y a pas de volonté particulière des individus dans ce sens. Cependant la possibilité d'exercer une pression efficace sur les choix des mathématiciens est certainement un facteur d'amplification important de la mode. Ce facteur ne peut évidemment intervenir que si les individus, dans leurs choix, disposent encore de quelques "degrés de liberté".

Autrement dit, le rôle de "récepteur" pour la mode n'est pas convenable dans le cadre d'une absence totale de liberté individuelle. La mode ne pouvant pas vivre sans récepteurs, on peut estimer que l'absence totale de liberté individuelle entraînerait la disparition de la mode.

A l'opposé, si on imagine une société n'exerçant aucune pression sur les individus qui la constituent, on peut concevoir que la mode y perde toutes ses implications non futiles, et parvienne donc à réduire le paradoxe du paragraphe précédent.

Concluons donc que, dans la réalité, les mathématiciens sont assez libres pour que la mode soit un moyen de pression efficace, mais trop peu libres pour qu'elle puisse être considérée comme vraiment futile.

L'IDEOLOGIE EN MATHÉMATIQUES
(séances des 13 et 20 mars 1974)

Mathématiques et idéologie (au niveau de l'enseignement primaire et secondaire). Plan de l'exposé de C. Duhamel - J. Henry.

0) Introduction

0.1 - L'école dans la société bourgeoise en France.

- Elle reste dirigée par la bourgeoisie qui y forme les travailleurs et les cadres de tous niveaux dont elle a besoin. Même si la nature politique du milieu enseignant fait que la bourgeoisie n'y réalise pas l'ensemble de toutes ses visées.

- Dans cette école, les maths ont pris de l'importance jusqu'à y devenir la matière "principale".

- Se pose le problème suivant : quelle est la fonction exacte de cette transformation ?

- d'autant plus qu'elle ne s'est pas faite sous la "pression" d'organisations de gauche ou du corps enseignant, mais souvent à son corps défendant (panique des "vieux" instituteurs et des moins vieux devant le concept de "maths modernes").

0.2 - L'enseignement des maths dans les Ecoles Normales d'Instituteurs.

On demande (c'est, je crois, la seule matière !) des enseignants du supérieur pour faire des cours en plus des cours déjà donnés par des prof' de math qui sont souvent de jeunes agrégés, donc au courant des maths "modernes".

0.3 - Dans les universités elles-mêmes : hiérarchie des matières : -maths pures, puis maths appliquées (impures ?), puis matières "un peu" mathématiques et de moins en moins : physique (théorique, puis nucléaire, etc...), chimie... etc... : "maths décroissantes".

Pose le problème de la science dans la société :

fonction double → forces productives
→ fonctions idéologiques.

0.4 - Limites de l'exposé : réflexions plus ou moins personnelles parfois élémentaires, voire peut-être contradictoires et incohérentes.

Éléments de réflexion.

I) La science dans le monde occidental

P. Jaquin ("le sens du réel" (introduction)) :

"Le progrès scientifique (est) un facteur révolutionnaire de désagrégation du système capitaliste".

I.1 - pose deux problèmes (liés ?)

α) au niveau du développement des forces productives : le progrès scientifique est-il "progressiste" en lui-même puisqu'aggravant les contradictions du capitalisme et poussant à la concentration de la propriété des moyens de production ?

β) Au niveau plus idéologique : le développement de l'activité scientifique qui a pris cette échelle de masse avec l'essor du capitalisme est-il indépendant du développement de l'idéologie bourgeoise ? indépendant ? contradictoire ?

Avant d'examiner (β), faisons trois remarques sur (α)

α -1) Dans la société bourgeoise, une innovation technologique implique : licenciements ; aggravations des conditions de travail chez les entreprises concurrentes, et au niveau international, paupérisation absolue dans les pays sous-développés.

(cf. "l'école de Jules Ferry est morte" chap. critique du nouveau scientisme", ed. F. Maspéro, mars 1974).

α -2) Le progrès technique perpétue et en les accentuant les contradictions du capitalisme, mais ce même progrès, parce qu'il est dans les mains de la bourgeoisie peut lui permettre de replâtrer son système (notamment : reproduction continue du secteur armement, développement de secteurs parasites...etc...).

α -3) La pollution, l'incidence sur le cadre de vie...

Ce qui implique, pour être doctrinaire, qu'on ne peut poser le problème du progrès scientifique comme facteur d'aggravation des contradictions du système qu'en considérant ce processus comme contradictoire et en posant simultanément le problème de la destruction des rapports de production capitalistes et de l'état bourgeois.

β ') Il en est de même au niveau idéologique :

le problème de la science comme facteur d'émancipation de la conscience sociale ou, et individuelle- ne peut être posé qu'en même temps qu'on pose celui de l'utilisation de la science dans la domination idéologique de la bourgeoisie.

I.2 - L'idéologie scientifique.

(références : - "How sir Isaac Newton helped restore law 'n' order to the west"
Davis Kubrin, liberation 1972 (USA)

- les antinomies de la pensée bourgeoise in : Histoire et conscience
- "les superstructures idéologiques dans la conception matérialiste de l'histoire (ed. E.D.I. 1972) (F Jakubowsky)
- K. Marx : critique de l'économie politique (manuscrit de 44)
- l'homme unidimensionnel (H. Marcuse, ed. de Minuit)
- le scientisme ou la nouvelle église universelle (Survivre et Vivre) (reproduit dans "autocritique de la science)
- la théorie générale du droit et le marxisme (Pasukanis).

Analyse scientifique :

- considère le tout comme la somme de ses composantes élémentaires dont les effets se conjuguent
- analyse tout problème à partir de ses sous problèmes quitte à perdre le point de vue de la totalité

Lukacs p. 164 :

"Ce n'est pas par hasard que dès le début de l'évolution philosophique moderne, les mathématiques universelles apparaissent comme idéal de connaissance, comme tentative pour créer un système rationnel de relations qui englobe les possibilités formelles... à l'aide duquel tout ce qui apparaît peut, indépendamment de sa différenciation matérielle et réelle devenir objet d'un calcul exact".

L'importance de la méthode scientifique occidentale est venue avec la division sociale du travail, la dépersonnalisation de l'objet du travail par rapport à son fabriquant qui peut n'être qu'un morceau dépersonnalisé dans la formation de l'objet et ne pas même se soucier de l'utilité de son travail.

- cherche l'invariant, ce qui relie les choses entre elles en tant que choses ayant perdu leur individualité propre

- lier à la notion de prix qui s'installe dans l'économie de production de valeurs d'échange. Prix qui s'impose comme une loi "naturelle" reliant entre eux les objets, les hommes. (Dans les calculs des ponts et chaussées une vie humaine vaut 250 000F)

- la science, en Occident, a transformé ce procès d'analyse en méthodologie, en métaphysique de l'analyse.

- la matière est analysée en tant que matière morte, exploitable à souhait. Ressources naturelles, forces de travail, profit immédiat

- Soumis à ces lois, l'homme les conçoit comme étant au-dessus de lui, naturelles, sur lesquelles il ne peut avoir d'effet. Analogie avec la conception de l'Etat (neutre, au-dessus des classes).

- Tout est objet d'un calcul exact :

le prix des produits, du 1/4 d'heure de travail, de l'heure de loisir, du kilo (du gramme) de tout ce qui est nécessaire pour vivre.

- Cette recherche des lois imprègne la vie sociale :

"l'homme vivant dans la société bourgeoise... exécute personnellement une quantité innombrable d'actes juridiques qui ont des conséquences juridiques les plus variées. C'est pourquoi aucune société n'a autant besoin de l'idée de droit, précisément pour l'usage pratique quotidien, que la société bourgeoise, aucune ne soumet cette idée à une élaboration aussi poussée, aucune ne la transforme en un moyen aussi nécessaire des relations quotidiennes" (V.V. Adorackij : de l'Etat, Moscou 1923).

- Les sens, la perception individuelle ne sont plus une approche de la réalité.

C'est un progrès par rapport au mysticisme !

- On apprend aux individus à ne pas faire confiance à leur propre sensation. La perception de la réalité nécessite l'explication des lois de la réalité. Notion d'expert, de spécialiste.

- La méthode scientifique, étendue à tous les aspects de la vie sociale est responsable de la justification idéologique du pouvoir de la bourgeoisie.

- Tout ceci n'est pas étranger à une société non plus bourgeoise (au sens de la propriété de moyens de production) mais bureaucratibisée au point que : "les dirigeants perdent leur fonction d'agents responsables ; ils ne sont plus que des bureaucrates dans l'appareil (du grand capital)" (Marcuse).

- Marcuse : l'homme unidimensionnel (p. 168) :

" Nous vivons et nous mourons sous le signe de la rationalité et de la production. Nous savons que l'anéantissement est le tribut du progrès, de même que la mort est le tribut de la vie, nous savons que la destruction et le labeur sont nécessaires pour obtenir la satisfaction et la joie, nous savons que les affaires doivent prospérer, nous savons qu'envisager d'autres choix est de l'Utopie. Cette idéologie est celle de l'ordre social établi ;... il a besoin de cette idéologie, elle fait partie de sa rationalité... C'est une réalité pour la constitution de laquelle l'esprit scientifique joue un grand rôle en associant la raison théorique à la raison pratique".

Mais en même temps, un système non figé qui bouleverse à un niveau toujours élargi et continuellement sa propre technique.

Et fait que tout changement est interprété comme un "progrès". En soi.

II) L'école comme instrument de la bourgeoisie

II.1 - Ecole laïque et obligatoire née d'un processus contradictoire :

- désir d'instruction des masses travailleuses
- lutte contre la réaction cléricale et royaliste
- besoin pour la bourgeoisie de former des travailleurs plus aptes pour les nouvelles techniques.

Les années 30-40 marquent un tournant dans l'école de Jules Ferry, qui mise en place dans une France à majorité rurale, aura donné satisfaction pendant près de 100 ans.

II.2 - La science intervient désormais et de plus en plus (surtout après guerre) comme force productrice directe.

Introduction à l'usine (subventions à des recherches par des groupes industriels).

Deux impératifs pour l'école

- augmenter le nombre de "techniciens"
- développer la mentalité industrielle.

II.3 - Marque le passage de la prédominance du latin (grec) à celle de la science et essentiellement des maths.

Ceci lié au changement de fonction des couches moyennes et des cadres et à la nécessité de donner une apparence d'objectivité et d'utilité directe au savoir

III) Les Mathématiques réf. - Stella Baruk : échec et math.
- Claude Ligny : Mathinnocentes ? (Temps Modernes octobre 78)

III.A - Sur le fond.

- Ce qu'on demande à l'élève (élève \leftarrow moyen, c'est à dire plus que la moyenne des élèves).

Le raisonnement existe avant l'élève.

On demande à l'élève de "faire un problème" comme on demande à l'ouvrier de "fabriquer un produit" le raisonnement ne lui appartient pas, c'est une technique qu'on lui impose ou qu'on lui demande de retrouver.

Décomposition du problème : 1-2-3-a-b-c---- le faire et rien d'autre ("ce n'est pas ce qui était demandé ! "donc : "ça ne vaut rien").

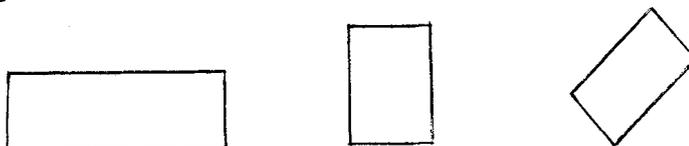
Le problème de math est quelque chose d'objectif, d'indépendant, qui le domine par des lois propres et sur lesquelles il n'a aucune influence.

- Langage non seulement coupé de la réalité mais opposé à elle. Exemple : cardinal, affine, groupe, anneau, corps, idéal, nombre premier (dernier ?), base "naturelle", ... etc ...

- L'effet est parfois contraire. Un enfant sain d'esprit pourra donner des résultats complètement aberrants à un problème.

- Notion d'égalité entre les choses. Destructuration de l'univers poétique de l'enfant.

exemple



ces trois rectangles ne sont "égaux" qu'une fois "morts" (en peinture, ils ne produisent pas le même effet !).

diénés le dit explicitement : les math instaurent l'ordre dans le "chaos de nos impressions sensorielles".

- Trouver l'invariant entre les choses pour en faire une "évidence".

- Echec en math = anomalie du comportement.

- Stella Baruk : "Il y aura ceux qui discuteront indéfiniment le plus, le moins, l'autant ; pour n'être jamais du même avis que vous. On les dira caractériels.

Il y aura ceux qui chercheront seulement à savoir ce qu'il faut faire pour être de votre avis et vous être agréable. On les dira angoissés.

Il y aura ceux qui feront semblant de comprendre. En accumulant dans leur tête des questions mortes, parce que non posées, qui finiront par paralyser tout mouvement de pensée. On les dira inhibés" (P. 32)

- Aspect mythique d'une religion qui a ses prophètes, espèces de surhommes dont on se demande comment ils ont bien pu trouver ça

(Pythagore, Thalès, Euclide, ...)

Mais, les circonstances de la découverte, le lien avec la philosophie de l'époque ne sont jamais faits.

exemple : Kepler et sa "démonstration" qu'il n'y a que 5 polyèdres réguliers convexes. (cf. "Excursions into Mathematics". Beck, Blucher et Crow, Worth publishers, p.4).

Les maths présentées comme un système de lois qui régissent les distances, nombres, quantités, ... dans la réalité, qui dominent l'individu qui n'a aucune prise sur elles si ce n'est les connaître.

- Infantilisation de l'enfance.

La perception individuelle opposée au raisonnement "rigoureux".

L'enfant reste toujours en relation d'infériorité par rapport à l'adulte qui sait. Manichéisme du "vrai ou faux".

Correction des copies : impose la notion de norme : les "idiot !", "absurde", "réfléchissez donc !", ... abondent comme autant d'injures à l'univers de perception personnelle.

La science enseignée n'est pas liée à un savoir-faire mais vise à faire admettre que tout est régi par des lois. Exemple : un "fort-en-science" peut ne pas savoir monter une prise électrique, réparer un moteur, une radio...etc...

Dans ces conditions, l'échec en math traduit souvent (cf. S. Baruk) un refus de laisser détruire le vivant, l'univers poétique de l'enfant.

Echec analysé comme échec de l'enfant par rapport aux maths et non des maths par rapport à la personnalité propre de l'enfant. Notion de norme (sociale) dans laquelle ne rentre pas l'individu. Echec analysé aussi scientifiquement que la notation d'un problème : telle incompréhension de tel concept traduit tel trouble.

Le psychologue sert alors à aggraver le conflit en y installant l'enfant. Ainsi tout reste en ordre.

Le bouleversement continu des programmes qu'on tente d'installer est à relier au mythe du progrès associé à toute "progression" de la science.

La neutralité des maths (en terme de : c'est vrai ou c'est faux, ça se démontre, ...etc...) fait que les maths ne sont plus neutres (comme méthode de connaissance).

A un enfant qui répond "ça se voit !" à la question "montrez que...", on dira que sa réponse n'est pas mathématique. Et pourtant :

Soient a et b , deux points sur une droite D . "Si l'on vous demande de tracer une deuxième droite L à laquelle appartiennent a et b , vous savez d'expérience que les tracés de D et L sont confondus, ce que vous exprimez en disant : par deux points distincts, il passe une droite et une seule" (Queysanne, livre de 6e).

En imposant un univers (euclidien) et en en faisant une "évidence", tirée de "l'expérience", on enseigne des maths qui ne sont plus mathématiques.

III.B - Sur la forme même du langage.

- les exemples pris dans la vie courante pour illustrer le cours illustrent déjà l'idéologie sous-jacente :

la famille, bourgeoise, cultivée, maman au ménage, papa à la voiture, le pavillon, le jardin avec des arbres fruitiers,...etc... (cf. référence citée par Claude Ligny-op-cité).

Un tantinet fasciste :

"André pratique la natation, Bruno le foot-ball et la natation, Claude la natation et le volley-ball, ainsi que Daniel. Quant à l'indolent Eric, il se contente de jouer aux échecs". Pauvre Eric exclu de l'intersection, cette loi commune à tous !

- Théorèmes propulsés sans démonstration qui impliquent obéissance et admiration béate : dans un livre de 3e, Cl. Ligny dénombre 17 théorèmes importants "admis" sans démonstration.

- On en arrive à cette préface d'un manuel de 3e, excluant d'une phrase le langage, la musique, la peinture,...etc,... comme "moyen de communication". Elle nous servira de conclusion :

"Mise en oeuvre par l'humanité toute entière, la mathématique est un moyen de communication universelle, caractère que seul le dessin technique possède avec elle. Aussi, pour en avoir une compréhension claire, il faut que vous vous imposiez l'effort que son apprentissage nécessite".

FANTASMES INCONSCIENTS EN MATHÉMATIQUES

par Monique NGUYEN THANH LIEM
(séance du 15 mai 1974)

Définitions extraites du dictionnaire de psychanalyse de Laplanche-Pontalis.

"Phantasme" est la graphie proposée par Suzan Isaacs 1948 et adoptée par divers auteurs et traducteurs pour désigner le fantasme inconscient et marquer sa distinction d'avec le fantasme conscient.

Mais cette distinction ne s'accorde pas avec la complexité des vues de Freud.

Le fantasme freudien est donc le scénario imaginaire où le sujet est présent et qui figure, de façon plus ou moins déformée par les processus défensifs, l'accomplissement d'un désir, et en dernier ressort, d'un désir inconscient.

Le fantasme se présente sous des modalités diverses : fantasmes conscients ou rêves diurnes, fantasmes inconscients tels que l'analyse les découvre comme structures sous-jacentes à un contenu manifeste, fantasmes originaires.

Le terme allemand phantasie désigne l'imagination. Non pas tant la faculté d'imaginer au sens philosophique du terme (Einbildungskraft), que le monde imaginaire, ses contenus, l'activité créatrice qui l'anime (das phantasieren), Freud a repris ces différents usages de la langue allemande.

Mathématiques :

Henri Poincaré, à la Société de Psychologie à Paris a prononcé ce discours :
" Je dirai que j'ai trouvé la démonstration de tel théorème dans telles circonstances ; ce théorème aura un nom barbare, que beaucoup d'entre vous ne connaîtront pas ; mais cela n'a pas d'importance : ce qui est intéressant pour le psychologue, ce n'est pas le théorème, ce sont les circonstances ".

Je n'ai pas trouvé de définition du mot "Mathématiques" sinon dans le Larousse, mais dans aucun livre, dit de Mathématiques. On parle aussi des "objets de la Mathématique" qui sont les nombres, les grandeurs, les figures...

Pourquoi, moi, ai-je eu envie de réunir les fantasmes et les Mathématiques en un seul titre ?

Pourquoi vouloir rapprocher l'activité psychanalytique de l'activité mathématique, de comparer leurs façons de penser ?

Sûrement pas parce que c'est un sujet à la mode ; et pourtant Lacan, dans ses séminaires de plus en plus mondains, parle de la bande de Moebius, d'isomorphisme, compare allègrement la situation oedipienne triangulaire, au noeud Boroméen ; illus-

tre les vérités psychanalytiques du 1 barré de la logique mathématique ; écrit sous forme de fraction le rapport du signifiant au signifié. Par contre, Serge Leclair considère que "la psychanalyse est la seule discipline, qui met en cette place de commande, l'objet en tant qu'objet", semblant par là oublier les Mathématiques dont l'objet est "les objets mathématiques" et leurs relations, tout en ajoutant pourtant un peu plus loin : "La structure Lacanienne est une structure de relations, sans aucun privilège". Ce qui bien sûr, différencie cette structure de la structure Freudienne, qui étudie aussi les relations, mais en priviliégiant la relation oedipienne.

On pouvait dire que les raisons de mon désir de vous parler sont donc purement personnelles : et pourtant, c'est parce que je pense que l'originalité de l'approche que j'ai pu faire de mon activité Mathématique par une psychanalyse, peut vous intéresser, et aussi, vous donner envie de me dire si je me trompe, si je suis certainement la seule à avoir un inconscient qui fonctionne de cette façon en faisant des Mathématiques, ou bien si on peut ou tirer quelques généralités scientifiques intéressantes dans la pédagogie des Mathématiques, et plus précisément l'étude des blocages en cette discipline, ou, inversement, dans le fonctionnement inconscient du "créateur Mathématique" c'est-à-dire du chercheur.

Mais, pensant qu'une masse d'objections et de doutes sont dans vos esprits, depuis que vous avez lu le titre de ce séminaire, depuis que j'ai commencé à vous parler, je pense avoir ici à citer une phrase de Freud, au sujet de ses découvertes sur l'hystérie, et la traduire ensuite en termes mathématiques : "Celui qui est résolument hostile à la conception psychologique de l'hystérie, qui ne veut pas abandonner l'espoir qu'on arrivera un jour à ramener ses symptômes à de "subtiles altérations anatomiques", et qui se refuse à examiner l'idée que les fondements matériels des altérations hystériques devraient être identiques à ceux de nos processus mentaux normaux, celui-là n'aura évidemment aucune confiance à accorder aux résultats de nos analyses". Je dirai seulement que celui qui est résolument hostile à une motivation inconsciente (et pas seulement préconsciente ou psychologique ou politique, c'est-à-dire superficielle) des Mathématiques, celui-là bien sûr ne pourra même pas m'écouter vraiment.

Je vais essayer ici de dire quelques mots des processus de pensées demeurés inconscients, ou "incapables de devenir conscients" sans l'aide d'une psychanalyse. Pourquoi ? Je cite Freud encore :

" Il ne fait de doute pour personne que les expériences vécues de nos premières années d'enfance ont laissé des traces ineffaçables dans notre intériorité psychique ; mais lorsque nous demandons à notre mémoire ce que sont les impressions sous l'effet desquelles nous sommes voués à rester jusqu'à la fin de notre vie, elle ne

nous livre rien, ou bien un nombre relativement restreint de souvenirs qui restent dispersés et dont la valeur est souvent équivoque ou énigmatique ".

C'est dans les composantes oubliées qu'est contenu tout ce qui a rendu l'impression digne d'être notée.

Mon grand père était Mathématicien et Normalien ; il a joué dans ma vie un rôle paternel, du fait de la mort de mon père ; nous nous sommes beaucoup aimés tous les deux ; il a donc eu envie de me faire partager son amour des Mathématiques et les satisfactions qu'il en tirait. Ce que j'ai accepté avec un grand plaisir. J'ai donc connu, au lycée et en début de licence, les joies Mathématiques sans effort. Mais, me mariant avec un homme qui craignait très fort les femmes intellectuelles, qui avait pour principe de vie conjugale N° 1 "La femme au foyer", qui était officier d'active de surcroît, avec tout ce que cela entraînait d'idéologie anti-féminine, j'étais bientôt "moralement obligée" après la naissance de ma 1ère fille, à 19 ans, d'abandonner mes études. Ce que je fis, la mort dans l'âme, et avec un grand regret. Je ne suis donc pas Sévrienne !...

Pendant 7-8 ans j'ai donc vécu la vie bourgeoise, éteinte et triste d'une respectable épouse de militaire, qui en profitait pour me faire deux autres filles, adorables mais bien fatigantes. Hélas ! de toutes façons, je ne pouvais plus supporter mon mari. Je commençai donc sérieusement à songer au divorce, et parallèlement, à la reprise de mes études, pour mon plaisir, et aussi pour gagner ma vie.

Ce qui fut assez pénible, car étant mère de famille et sans argent, j'avais très peu de temps et beaucoup de fatigue. En outre, j'avais oublié beaucoup de choses ; tout mon intellect s'était rouillé, en faisant la vaisselle, en lavant des couches et en prenant le thé.

Survint alors l'évènement triste, mais décisif dans la nouvelle orientation de ma vie : la mort de mon grand-père, tant aimé. En un mois, je perdais 10 kilos et toutes mes capacités intellectuelles. Ce qu'on appelle couramment la dépression nerveuse. J'essayai tous les moyens de la médecine classique pour m'en sortir (cure de sommeil, de repos, médicaments de toutes sortes, rayons, etc..., etc...), sans parler de l'aide morale que ma famille tentait de me donner, mais en vain.

J'essayai aussi, de continuer, de loin, à faire des Math. Mais j'en était arrivée au point que, lorsque j'essayais de me rappeler un théorème d'algèbre, je savais que le modèle de la division des nombres pouvait m'y aider, mais ce que je ne savais plus, en posant devant moi la division : $23 \overline{) 7}$ ce qu'allaient être, le dividende, le quotient et le reste.

C'est alors que je commençai à avoir très peur...

Je n'avais jamais lu Freud, je ne connaissais aucun psychologue, ni psychiatre ni psychanalyste, j'arrivais de ma province !! Mais j'étais sûre que je devais faire quelque chose pour ne pas crever, et je savais que c'était "inconscient" sans en connaître la définition technique, mais sachant que tout, ou presque tout, de moi, échappait à ma conscience.

J'atterris donc un jour, après de multiples démarches, dont je passerai les détails, devant un psychanalyste.

Je découvris d'abord, comme dans toute psychanalyse digne de ce nom, que revivre vraiment, par le transfert, une relation oedipienne et ses sublimations (les Mathématiques, en l'occurrence), cela n'avait pratiquement rien à voir, avec le fait d'avoir compris, avec une simple réflexion de bon sens, que j'avais, à la place de rapports sexuels, inconsciemment désirés, mais défendus par l'interdit de l'inceste, fait l'amour avec mon grand-père en faisant des Mathématiques. Si l'activité mathématique devenait impossible après sa mort, bien que, depuis de bien nombreuses années, ce ne soit plus du tout lui qui m'ait fait travailler cette matière, c'était tout de même bien qu'elle était intimement liée à ma relation affective avec lui.

A partir de là, il m'est difficile de vous raconter les méandres de mon analyse, d'abord parce que toute analyse est difficile à raconter : on peut en donner, au mieux, la succession des phrases, supposées enregistrées par un magnétophone ; mais tout le reste, les sentiments, les transferts sur l'analyste, mais aussi les transferts latéraux (sur la concierge, comme sur le nouvel enseignant de Mathématique..), les actes manqués... etc... etc...

Je dirai simplement que pendant deux fois 2 ans, je n'ai fait que parler Mathématique ; ceci ne signifiant pas que je récitais le Bourbaki (vu que je ne l'ai jamais su par coeur !) mais qu'à chacune de mes séances, revenaient, ou bien des vécus affectifs avec mon grand-père (je dirai, sous ses deux formes, soit effective, lui dans mon enfance, soit transférée sur d'autres enseignants de Mathématiques), ou bien des associations sur des termes mathématiques.

Freud explique dans un texte sur les "Souvenirs écrans" comment certains souvenirs d'enfance, sans grande importance, restent parfaitement clairs à notre mémoire, alors qu'ils ne sont restés là, présents, que pour mieux servir d'écran au fantasme.

C'est justement ce qui est significatif qui est réprimé, et l'indifférent qui est conservé. Pourquoi ?

Pour la sensation pénible, reliée au désir inconscient sous tendu ; mais aussi parce qu'il existe 2 forces : l'une s'autorise de l'importance de l'expérience vécue, sans vouloir s'en souvenir, l'autre, une résistance, se dresse contre cette mise en évidence. Les 2 forces agissant en sens opposé ne se suppriment pas l'une l'autre ; au lieu de la domination de l'un des motifs sur l'autre (avec ou sans dommage) il se produit un effet de compromis, en quelque sorte analogue à la formation d'une résultante dans le parallélogramme des forces. Le compromis consiste en ceci : ce n'est aucunement l'expérience vécue conservée, qui donne elle-même l'image mnésique (sur ce point, la résistance finit par avoir gain de cause), mais bien un autre élément psychique, qui est lié avec l'élément inconvenant par la voix associative de la contiguïté ; les impressions significatives se fixent, en produisant des images mnésiques susceptibles d'être reproduites. L'issue du conflit est donc : au lieu de l'image mnésique originellement justifiée, une autre image mnésique survient, qui est partiellement échangée contre la première par déplacement dans l'association.

La scène d'enfance ne sert donc pas complètement d'écran au fantasme, elle ne fait que s'étayer sur elle en quelques points.

C'est souvent l'expression verbale qui établit la liaison entre le souvenir écran et celui qui est recouvert.

C'est ainsi que pour moi, l'expression mathématique, "Relation, entre couples de 2 éléments, dont chacun a une place bien précise et qu'on ne peut pas intervertir sans changer le couple" signifiait à tour de rôle, (et parce-que très jeune, sans faire vraiment d'algèbre, mon grand-père avait employé avec moi, ce genre de langage), la loi mathématique froide et intellectuelle, mais aussi le fantasme d'une relation sexuelle avec lui.

A tour de rôle, je pouvais donc savoir parfaitement manier tous les problèmes d'algèbre parlant de relations, mais aussi, refuser catégoriquement de savoir ce que ce mot signifiait en langage mathématique, puisque dans mon inconscient ce n'était que symbole d'un érotisme incestueux interdit.

J'ai retrouvé à plusieurs reprises ce même type de problèmes chez des élèves en rééducation mathématique, qui avaient eux, tout simplement, lu plus de livres, ou vu plus de films à tendance érotique où l'expression "Relations dans le couple" avait une signification tellement plus déterminée et précise, qu'il leur était difficile d'y mettre une autre définition.

Bien sûr, il se produisait chez eux, moins de refoulement d'une situation lointaine, moins de culpabilité, mais je devais cependant, avant de leur faire compren-

dre la définition mathématique intellectuelle, décharger la "surdétermination sexuelle" de ces mots, leur faire accepter le côté "abstrait" de la définition.

Et les rapports ? moi je les ai toujours imaginés comme un homme (un ome... inateur, un nominateur) et une femme auxquels on interdisait le rapprochement, par le trait symbolique de l'interdit sexuel. J'intervertissais toujours les rôles, ne sachant jamais si un "homme" inateur était en haut ou en bas. Le dé(nominateur) le dé-nommé, c'est-à-dire l'être qui change de nom par la légalisation du rapport sexuel, c'est-à-dire la femme, le dénominateur, donc, ne m'apparaissait pas plus, comme devant absolument être en bas, être en dessous, être à la 2ème place. Donc je ne m'en sortais pas, ... de mon oedipe, de mon Papa, de ma Maman.

Peut-être que déjà à ce moment, lors de mes 10, 12 ans, à l'âge de l'acceptation (ou du refus) de ma féminité, je sentais déjà, que les termes mathématiques avaient parfois un caractère phallocratique.

De même, (ce "de même" ne signifiant la similitude que dans mes propres fantasmes inconscients), pourquoi vouloir absolument diagonaliser les Matrices ? N'avez-vous jamais contemplé, sur la forme bien ronde du ventre maternel, entouré de ses deux hanches parenthésées, cette horrible balafre, souvent entourée de quelques points de suture, hâtivement cousus, dont on n'a pu rendre possible l'écriture, que par ces horribles vecteurs, qu'on dit propres, pour mieux cacher la noirceur de leurs intentions de meurtre. Le Meurtre de la mère, au cours d'un accouchement pénible, dont il ne reste que cette marque diagonale, dont je serais peut-être sortie?...

Encore une fois, comment continuer à faire des Mathématiques dans ces conditions, avec ce crime sur la conscience ?...

Comment vivre, même ?

Alors qu'à chaque page, les Mathématiciens me proposent sournoisement des substitutions... puisque ta mère est morte, prends sa place... La loi N°... t'y autorise... Et la loi, qui l'a faite ?... Des hommes, rien que des hommes, des pères incestueux. Et pourquoi un groupe (une simple société) perfectionné, puisque muni d'une 2ème opération, se transforme-t-il en un anneau ?...

La société parfaite est donc une société où le mariage est obligatoire ?...

Par contre, lorsque tout élément (non nul, bien sûr, on ne s'adresse pas aux nullités, mais à une certaine élite !) est inversible, alors on retrouve le corps. Ce qui, du coup, me semblerait rejoindre la théorie freudienne de la sexualité où tout corps possède une possibilité de bisexualité, donc d'inversion.

Mais si on refuse sa bisexualité, comme étudier les corps, sans aller au devant d'un refoulement, ou d'un traumatisme grave ?...

Transposons alors ? Pourquoi pas ?... Puisque tout cela m'effraie, transférons, déplaçons, avec les sens inconscients de ces mots. Transformons la réalité, créons un autre monde, un autre ensemble où tous les accouplements peuvent avoir un résultat, (un enfant), créons l'ensemble des imaginaires, fruit très pur, du désir du Mathématicien qui refait le monde, qui transgresse les lois connues jusqu'alors, pour qu'enfin ! tout soit possible. Comment ne pas rejoindre la psychose ? La coupure du monde réel ? ou plus scientifiquement "Perturbation primaire de la relation libidinale à la réalité".

Qu'est-ce que c'est que tout ça ?... me direz-vous ?... Hé bien ! je crois effectivement, sans être totalement dans une orthodoxe théorie psychanalytique, pouvoir dire qu'il s'agit du "Ca" freudien : Freud en dit dans les nouvelles conférences : "N'attendez pas que je vous donne sur le ça beaucoup de détails nouveaux, hormis son nom. C'est la partie obscure, impénétrable de notre personnalité. Nous l'appelons : chaos, marmite pleine d'émotions bouillonnantes. Il s'emplit d'énergie, à partir des pulsions, mais sans aucune organisation. Il se conforme au principe de plaisir. Les processus qui se déroulent dans le ça n'obéissent pas aux lois logiques de la pensée ; pour eux, le principe de la contradiction est nul".

L'activité mathématique, dans son essence, dans son désir même, m'apparaît comme "refusant l'interdit" puisqu'elle crée ses propres lois, ses propres ensembles, avec leurs définitions personnelles.

Le refus de l'interdit, la loi générale, déplacée en une loi personnelle, sont tout autant de situations difficiles à accepter.

Mais encore une fois, tout ce lien que j'ai essayé, bien maladroitement, de faire entre l'inconscient et les Mathématiques, ne peut vous sembler digne de quelque intérêt si vous acceptez d'oublier pour moi quelques instants, tout ce que les psychologues plus ou moins généticiens, les Piaget et compagnie, ont pu dire sur les fonctionnements très superficiels du Mathématicien, chercheur ou élève de 4e.

Edgar Morin, dans "le paradigme perdu", et sans être psychanalyste, parle d'hypercomplexité, et dit que les manifestations les plus créatrices du cerveau humain, sont inséparables des activités les plus anarchiques. L'inconscient a des activités anarchiques ; mais c'est sa logique interne, rigoureuse et sans faille, qui lui permet de rejoindre la créativité Mathématique.

Mais on ne peut avoir une approche de cette rigueur des lois de l'inconscient, en dépassant le côté anarchique de ses manifestations, appréhendées par le préconscient (ou quelque psychologie dite des profondeurs). Seule la situation transférentielle de la cure psychanalytique, où le vécu passé est à nouveau actuel, puisque

L'analyse devient vraiment, le père, la mère, le frère, la soeur, permet d'approcher l'inconscient.

J'ai envie à ce sujet de rappeler que l'inconscient ne courait pas le temps.

La mécanique, aussi, semble se refuser, bien qu'étant la seule partie des Math. qui parle du temps, à considérer le temps en lui-même, mais comme une variable quelconque.

Pourquoi tout ce que j'ai dit serait particulier aux Mathématiques, et ne pourrait pas s'étendre à une autre activité créatrice ou intellectuelle ? ...

Parce que les Mathématiques m'apparaissent comme une activité essentiellement abstraite et de ce fait, les fantasmes inconscients ont plus de liberté, soit pour s'y exprimer, soit pour s'y cacher.

Leur activité consiste à relationner l'abstrait.

L'activité psychique que je peux dénommer de préconsciente, serait, à rapprocher des intuitions, plus ou moins automatisées en Mathématiques, des positions liées à la géométrie, par exemple.

L'activité inconsciente serait plus celle d'une intuition relationnelle fondamentale en beaucoup plus profond dans le psychisme, que la précédente : ce schéma étant alors le reflet de la situation enfantine oedipienne (situation abstraite, en quelque sorte) : cette position de l'inconscient % tout le psychisme, ressemble à la position de la Mathématique % discours rationnel et la perception directe du réel.

On a fait ainsi une relation d'analogie des situations. Il y aurait une isomorphie ; mais y-a-t-il causalité ?

L'aptitude à l'abstraction résulterait de la structuration de l'inconscient dans l'enfance

A inconscient Profond

A' Math

R intuition du réel

R' discours conscient sur le réel.

L'intuition du réel et le discours sur ce réel sont fondamentalement liés. Mais je pense aussi que la partie la plus abstraite, au sens relationnel, se trouve liée à la vie libidinale, inconsciente.

Les motifs sont toujours d'ordre relationnel.

Mais maintenant, à vous de m'aider ! ...

APPENDICE

[NDLR. Comme il a été fait allusion à la conférence faite le 23 Mai 1973 par J. Dieudonné à Bordeaux, il paraît utile de la reproduire ici].

ORIENTATION GENERALE DES MATHEMATIQUES PURES EN 1973

RESUME DE LA CONFERENCE DE M.J. DIEUDONNE

(Rédigé par H. HOGBE-NLEND)

(Relu et corrigé par J. DIEUDONNE)

Quand on parle d'un sujet de ce genre, il ne peut y avoir d'objectivité. Ce que je dirai décrit ma position personnelle, ma tendance personnelle. D'autres mathématiciens ont d'autres points de vue.

Je ne rentrerai pas dans la querelle entre Mathématiques dites Pures et Mathématiques dites Appliquées. Actuellement il y a beaucoup d'attaques contre les Mathématiques dites Pures ; celles-ci sont même parfois proscrites. J'ai rencontré un mathématicien chinois aux Etats-Unis. Dans la Chine de Mao, on empêche de publier les résultats mathématiques "purs" sous prétexte que les mathématiques doivent être immédiatement utilisables. En fait cette volonté de subordination des mathématiques aux applications immédiates est récente ; elle remonte environ à la Renaissance. Auparavant (chez les Grecs par exemple) on ne se souciait pas d'applications des Mathématiques. Devant les succès de la Mécanique Newtonienne, puis de l'électricité, de l'optique on a voulu que les mathématiques se restreignent aux résultats directement utilisables dans les sciences de la nature et la technologie. En 1932, en Russie, on avait également la même hantise des mathématiques "pratiques". Cela a maintenant changé. (Prix à Vinogradov en Arithmétique). Laissons donc de côté ces questions d'applications et venons en aux Mathématiques Pures.

La question essentielle qui se pose est la question suivante :

Quels sont les critères sur lesquels on peut juger un travail Mathématique ?

Comme on ne tient pas compte des critères utilitaires, il ne reste plus que des critères esthétiques. Comme toute question d'esthétique c'est donc une question de goût. Il y a par conséquent des écoles tenant à telle ou telle manière de juger ou d'apprécier. Des groupements s'opèrent suivant certains principes, on peut donner une classification grossière en trois grandes écoles :

- Les traditionalistes (disons "l'extrême droite")
- Les Egalitaristes (disons "l'extrême gauche")
- Entre les deux, quelque chose difficile à nommer on peut parler de "centre"

mais cela n'a pas de sens. C'est la tendance de tous ceux qui se réclament de BOURBAKI. Mais personne ne peut parler sur cette question au nom de BOURBAKI car BOURBAKI n'a jamais exprimé d'opinion là-dessus. Cette dernière tendance est d'ailleurs aussi celle de certains éminents mathématiciens qui détestent BOURBAKI. On mettra donc "BOURBAKI" entre guillemets.

Tout le monde est cependant d'accord sur un point : Un travail n'a de considération que s'il représente une certaine dose de matière grise. Les travaux triviaux (axiomes + une ou deux conséquences évidentes) sont jetés au panier.

En dehors de cela il y a des divergences sur trois points fondamentaux.

- Les sujets de recherche mathématique,
- Les méthodes de recherche,
- La pathologie en recherche.

1) Le Sujet : Pour certains (les Traditionalistes et "BOURBAKI") il faut des sujets ayant une longue histoire ; des sujets ayant attiré de grands mathématiciens du passé. Pas de génération spontanée. Pour d'autres (les Egalitaristes), n'importe quoi est intéressant pourvu qu'on fasse des Mathématiques. C'est la position des deux tiers (2/3) des mathématiciens Américains et de certains mathématiciens Français.

2) Les Méthodes : Ici le groupement est différent. D'un côté "BOURBAKI" et les Egalitaristes, de l'autre les Traditionalistes. Les premiers sont partisans de ce qu'on peut appeler la "Stratégie", les seconds de la "Tactique".

Tactique (Traditionalistes) : On fonce dans le problème, on utilise de façon plus astucieuse peut être, des idées, des moyens connus depuis longtemps. C'est une tendance répandue en théorie des nombres ou en théorie des groupes, par exemple.

Stratégie ("BOURBAKI" + Egalitaristes) : On s'en va à 1000 lieues en apparence ; on bâtit une théorie nouvelle sur la base de problèmes anciens. Petit à petit on arrive à trouver les racines du problème et à faire tomber la place-forte.

Avec cette tendance "Stratégie" se fait sentir le besoin et la vertu de l'Unité des Mathématiques. Les théories mathématiques diverses se fécondent mutuellement.

3) La Pathologie : Les Traditionnalistes et les Egalitaristes aiment les "belles pathologies". Pour "BOURBAKI", par contre il y a une croyance fondamentale : Les mathématiques sont essentiellement simples et si on arrive à des choses trop compliquées c'est que le problème est mal posé, c'est qu'on est parti d'un mauvais point de vue.

(Exemple : Les fonctions continues sans dérivée au sens usuel. L. Schwartz a saisi le bon point de vue, d'où la notion de dérivée-distribution).

Inutile que je vous dise que je partage dans tout ceci les idées de "BOURBAKI". De façon plus détaillée voici mes points de vue. Puisqu'il s'agit d'esthétique, nous dirons qu'il y a des mathématiques nobles et des mathématiques serviles. Comment classer ? Il n'y a pas de vote. Les mathématiques, c'est une question d'aristocratie. Les bonnes mathématiques sont faites par très peu de gens (150 au 20ème siècle au plus). Il y a une poignée de "leaders". Les bonnes orientations sont celles données par ces gens là : Exemples Riemann ; Elie Cartan ; Siegel ; au total 7 à 8 au 18ème siècle ; 30 au 19ème siècle ; 1 par an au 20ème siècle. Une théorie noble est une théorie considérée comme bonne par ces mathématiciens ; l'opinion des autres est sans importance.

Que doivent faire les autres ? Ils doivent suivre, essayer d'avancer dans les voies nouvelles défrichées par les "génies". Il faut avoir une certaine humilité devant eux ; c'est la caractéristique essentielle d'un homme de science. Les génies sont en avance sur leur époque. Ceux qui suivent ont un rôle nullement négligeable : ils jouent le rôle de caisses de résonance. Les "suiveurs" doivent essayer d'expliquer, de vulgariser ce que les leaders n'ont pas pris la peine de développer. Ce métier de suiveur n'a rien de déshonorant. On a mis 100 ans pour pénétrer la pensée de Riemann et ceci a fortement fait avancer la connaissance mathématique. En même temps on a enrichi cette pensée et on lui a donné des bases solides.

Maintenant je vais terminer en vous donnant une classification des théories nobles et des théories serviles. Pour bien connaître les théories nobles, il faut lire les Séminaires BOURBAKI. Dans le tableau ci-dessous, les théories nobles sont en première ligne. Plus on descend vers le bas, plus les théories deviennent serviles.

[voir tableau dernière page]

Commentaire sur ce tableau.

- 1) Chaque ligne prend appui sur celles qui sont en dessous et qui lui fournissent ses outils.
- 2) Les théories du "bas" sont des théories fondamentales mais "achevées" donc mortes. Par exemple pour les E.V.T., J. LERAY a dit : "BOURBAKI" a rédigé un grand traité sur les E.V.T. alors qu'il n'y a que quatre théorèmes dont tout le monde se sert". Je suis obligé de reconnaître que LERAY avait raison.
- 3) Les groupes de Lie sont devenus le centre des Mathématiques ; on ne peut plus rien faire de sérieux sans eux.
- 4) Le tableau ci-dessus n'est pas stable. Il y a des théories qui montent et d'autres qui descendent. Par exemple les groupes de Lie montent. Si une théorie descend c'est qu'elle se renferme sur elle-même. On ne considère plus que des problèmes internes à cette théorie. Quand une théorie tourne autour d'elle-même, elle finit par dégringoler. Il y a vingt ans, l'Analyse Harmonique commutative était au sommet. Actuellement elle suit la voie de l'Analyse Classique en s'engageant dans des raffinements subtils et ingénieux, mais perdant peu à peu le contact avec le grand courant des autres théories "nobles". Ce qui monte c'est l'Analyse Harmonique non commutative (théorie des représentations de dimension infinie de groupes de Lie). On pense que c'est la clé de la théorie quantique des champs et peut être du corps de classes.
- 5) A propos de l'Algèbre, Kronecker en 1861 a dit que l'Algèbre en elle-même n'est pas une discipline indépendante. Mais c'est la base de toutes les mathématiques. On ne doit pas développer l'algèbre pour elle-même, mais dans la mesure où elle est nécessaire dans les autres parties des mathématiques. C'est aussi l'avis de Chevalley.

Nuançons. Il y a des exemples de théories qui ont longtemps paru "pathologiques" et non motivées et tout d'un coup, grâce à l'imagination d'un nouveau "leader", se sont révélées très fécondes. Exemple le plus récent : les questions d'homéomorphie dans les espaces de dimension infinie. Il faut savoir reconnaître que l'on s'est trompé : c'est ce que fait toujours "BOURBAKI" (voir son Séminaire).

CLASSIFICATION DES THEORIES MATHÉMATIQUES EN 1973 (J. DIEUDONNE)

<u>Ligne 1</u>	Logique ; Probabilités ; Combinatoire ; Topologie algébrique ; Topologie différentielle ; Géométrie différentielle ; Analyse Harmonique <u>non</u> commutative ; Equations différentielles ordinaires ; Contrôle ; Théorie ergodique ; Equations aux dérivées partielles ; Géométrie analytique (au sens de Serre) ; Géométrie algébrique ; Théorie des nombres ; Groupes finis.
<u>Ligne 2</u>	Algèbre homologique ; Analyse harmonique commutative ; groupes de Lie ; Théorie spectrale des opérateurs ; C*-algèbres (un peu plus bas que la ligne 2).
<u>Ligne 3</u>	Catégories ; Analyse classique ; Algèbre commutative.
<u>Ligne 4</u>	Intégration ; Théorie de la mesure ; Espaces vectoriels topologiques
<u>Ligne 5</u>	Topologie générale ; Algèbre générale
Plus bas encore	Théorie des ensembles.