

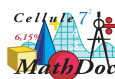
# JOURNAL DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES

LIUVILLE, J.

**Nouveau théorème concernant les nombres premiers de la forme  $24k + 11$ .**

*Journal de mathématiques pures et appliquées 2<sup>e</sup> série*, tome 5 (1860), p. 309-310.

[http://portail.mathdoc.fr/JMPA/afficher\\_notice.php?id=JMPA\\_1860\\_2\\_5\\_A25\\_0](http://portail.mathdoc.fr/JMPA/afficher_notice.php?id=JMPA_1860_2_5_A25_0)



Article numérisé dans le cadre du programme  
Gallica de la Bibliothèque nationale de France  
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par la Cellule MathDoc  
dans le cadre du pôle associé BnF/CMD  
<http://portail.mathdoc.fr/GALLICA/>

## NOUVEAU THÉORÈME

CONCERNANT LES NOMBRES PREMIERS DE LA FORME  $24k + 11$ ;

PAR M. J. LIOUVILLE.

Voici, au sujet des nombres premiers  $24k + 11$ , un théorème nouveau qu'on pourra joindre à celui que j'ai déjà donné dans le cahier de *mai*, à savoir que, si d'un nombre donné de cette espèce on retranche les carrés impairs de grandeur moindre qui ne sont pas divisibles par 3, il y aura un nombre impair de restes susceptibles d'être mis sous la forme

$$2q^{l+1}y^2,$$

$y$  étant un entier impair, et  $q$  un nombre premier  $12g + 5$  qui ne divise pas  $y$  : on admet pour  $l$  la valeur zéro.

En d'autres termes, pour chaque nombre premier donné  $m$ , de la forme  $24k + 11$ , on peut poser un nombre impair de fois l'équation

$$m = x^2 + 2q^{l+1}y^2,$$

$x$  et  $y$  étant impairs,  $x$  non divisible par 3, et  $q$  étant un nombre premier  $12g + 5$  qui ne divise pas  $y$ .

Au reste on pourrait supprimer la condition relative à  $x$  de ne pas être divisible par 3; car avec les formes linéaires assignées à  $m$  et à  $q$  dans notre équation, il est impossible que 3 divise  $x$ , ni  $y$ . Ou bien en exigeant que  $x$  soit premier à 3, on pourrait ne rien dire de la forme linéaire de  $q$ , qui dès lors est forcée. Mais tous ces détails importent peu. Passons aux exemples.

Soit d'abord  $k = 0$ , d'où le nombre premier  $m = 11$  : en retranchant 1, on a pour reste 10, et

$$10 = 2 \cdot 5 \cdot 1^2,$$

conformément à notre théorème, car le nombre premier 5 est compris

dans la formule  $12g + 5$  où l'on peut faire  $g = 0$ . Il ne faut pas retrancher 9 de 11, puisque 9 est divisible par 3.

En prenant  $k = 2$ , on a aussi un nombre premier  $m = 59$ . Les carrés à retrancher sont 1, 25, 49, d'où ces trois restes 58, 34 et 10, qui tous les trois sont susceptibles d'une décomposition canonique, savoir

$$58 = 2 \cdot 29 \cdot 1^2, \quad 34 = 2 \cdot 17 \cdot 1^2, \quad 10 = 2 \cdot 5 \cdot 1^2.$$

Enfin le nombre premier 83, qui répond à  $k = 3$ , vérifie aussi notre théorème en donnant un nombre impair d'équations de la forme voulue :

$$83 = 1^2 + 2 \cdot 41 \cdot 1^2,$$

$$83 = 5^2 + 2 \cdot 29 \cdot 1^2,$$

$$83 = 7^2 + 2 \cdot 17 \cdot 1^2.$$

Il serait inutile de pousser plus loin ces vérifications numériques.

