

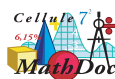
# JOURNAL DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES

LIUVILLE, J.

**Sur les nombres premiers de la forme  $16k + 7$ .**

*Journal de mathématiques pures et appliquées 2<sup>e</sup> série*, tome 5 (1860), p. 301-302.

[http://portail.mathdoc.fr/JMPA/afficher\\_notice.php?id=JMPA\\_1860\\_2\\_5\\_A22\\_0](http://portail.mathdoc.fr/JMPA/afficher_notice.php?id=JMPA_1860_2_5_A22_0)



Article numérisé dans le cadre du programme  
Gallica de la Bibliothèque nationale de France  
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par la Cellule MathDoc  
dans le cadre du pôle associé BnF/CMD  
<http://portail.mathdoc.fr/GALLICA/>

SUR

LES NOMBRES PREMIERS DE LA FORME  $16k + 7$ ;

PAR M. J. LIOUVILLE.

Plusieurs fois déjà nous nous sommes occupés des nombres premiers de la forme  $16k + 7$ . En particulier nous avons cité et démontré de nouveau ce théorème de M. Bouniakowsky, que pour tout nombre  $m$  de l'espèce indiquée on peut poser un nombre impair de fois l'équation

$$m = 2x^2 + p^{4l+1}y^2,$$

$x$  et  $y$  étant des entiers impairs, et  $p$  un nombre premier de la forme  $8\mu + 5$ , qui ne divise pas  $y$  : on admet pour  $l$  la valeur zéro.

Or, en continuant à désigner par  $m$  un nombre premier  $16k + 7$ , je trouve deux autres théorèmes non moins intéressants.

1°. On peut toujours poser (un nombre impair de fois) l'équation

$$m = x^2 + 2q^{4l+1}y^2,$$

$x$  et  $y$  étant des entiers impairs et  $q$  un nombre premier de la forme  $8\mu + 3$ , qui ne divise pas  $y$ .

2°. On peut toujours poser (un nombre impair de fois) l'équation

$$m = 4x^2 + q^{4l+1}y^2,$$

$x$  et  $y$  étant des entiers impairs, et  $q$  un nombre premier de la forme  $8\mu + 3$ , qui ne divise pas  $y$ .

On voit que, dans nos deux équations, le nombre premier  $q$ , au second membre, est de la forme  $8\mu + 3$ , tandis que le nombre premier  $p$  est de la forme  $8\mu + 5$  dans l'équation de M. Bouniakowsky. Mais les trois équations doivent avoir lieu (et chacune un nombre impair de fois) pour chaque nombre premier  $m$  de la forme  $16k + 7$ .

Ainsi le nombre 7 doit y satisfaire, et en effet, on a non-seulement l'équation de M. Bouniakowsky

$$7 = 2 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1^2,$$

mais encore les deux suivantes :

$$7 = 1^2 + 2 \cdot 3 \cdot 1^2$$

et

$$7 = 4 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1^2.$$

De même, on a non-seulement

$$23 = 2 \cdot 3^2 + 5 \cdot 1^2,$$

mais encore

$$23 = 1^2 + 2 \cdot 11 \cdot 1^2$$

et

$$23 = 4 \cdot 1^2 + 19 \cdot 1^2.$$

Il ne faut pas compter l'équation

$$23 = 3^2 + 2 \cdot 7 \cdot 1^2$$

comme une des nôtres, parce que le nombre premier 7 n'est pas de la forme  $3\mu + 3$ .

